EL ESPACIO VECORIAL

MAGNITUDES VECTORIALES

Son las que para quedar perfectamente definidas es necesario dar:
- Punto de aplicación
- Dirección
- Sentido
- Módulo o valor del VECTOR

MODULO Y COSENOS DIRECTORES

Módulo de $a = \sqrt{ax^2 + bx^2 + cx^2}$

Los cosenos directores corresponden a la fórmulas:

$$\boxed{\begin{aligned} \cos a &= \frac{ax}{|a|} \\ \cos b &= \frac{ay}{|a|} \\ \cos g &= \frac{az}{|a|} \end{aligned}}$$

ESPACIOS VECTORIAL, AFÍN Y EUCLIDEO

Ángulo formado por dos vectores. Sean dos vectores libres a y b equipolentes (mismo módulo, dirección y sentido) Se designa el ángulo formado por a y b (α) de la siguiente manera:

a) si los vectores son perpendiculares α = 90º
b) si los vectores tienen la misma dirección y sentido α = 0º
c) si los vectores tienen la misma dirección pero sentido distinto α = 180º

2.- DEFINICION DE PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

se define el producto escalar de dos vectores libres a y b como el producto de los módulos de cada uno de ellos por el coseno del ángulo que forma

$$\boxed{a \bullet b = |a| \bullet |b| \bullet \cos \alpha}$$

- Consecuencias de esta definición:
  1.- el producto escalar es 0 si alguno de los dos vectores es nulo
  2.- el producto escalar es 0 cuando ambos son perpendiculares, ya que (cos 90 = 0)
- Otra definición de producto escalar: Es la que se usa cuando se dan las componentes de ambos vectores.

$$\boxed{a \bullet b = \left(x1 \bullet x2 + y1 \bullet y2\right)}$$

* Consecuencia de ello el resultado del producto escalar es un escalar, es decir, un número entero. No ocurre lo mismo en el producto vectorial, del que como su propio nombre indica se obtiene un vector.
Propiedades:

- Conmutativa: a · b = b · a
- Distributiva: a (b+c)= a·b + a·c
- Para cualquier número: (γ·a)·b = γ (a·b)

3.- DEFINICION DE PRODUCTO VECTORIAL DE DOS VECTORES

Como ya sabemos de su resultado se obtiene otro vector. Propiedades:

$$\boxed{a \times b = c}$$

- El punto de aplicación es el mismo
- Módulo de $\boxed{C = |a| \bullet |b| \bullet sin\ \alpha}$
- La dirección de c es perpendicular a la de a y b
- Sentido se obtiene de la regla de MAXWELL (ijk)

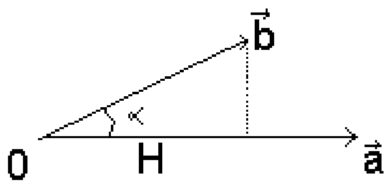
VECTOR UNITARIO

Un vector es unitario cuando su módulo vale la unidad. Se definen tres vectores unitarios para definir representar los ejes:

A partir de a: $$Vu = \frac{a}{|a|}$$

INTERPRETACION GEOMETRICA DEL PRODUCTO ESCALAR

El valor absoluto de (a·b) es igual al módulo de uno de ellos por la proyección del otro vector sobre él. Demostración:



$(a \cdot b) = [a]\cdot[b]\cdot (\cos\alpha)$

$$\cos a = \frac{OH}{|b|} = \frac{C.opuesto}{Hipotenusa}$$

$OH = [b] \cdot \cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad (a \cdot b)= [a] \cdot OH$

$$\boxed{(a \cdot b) = [a]\cdot[b] \cdot \cos\alpha}$$

NORMA DE UN VECTOR

Dado un vector libre (a), se llama norma de dicho vector al producto escalar del vector por sí mismo, designándose de la siguiente manera: $(a)^2 = a \cdot a$

Consecuencias de esa definición:

- la norma de un vector coincide con su módulo al cuadrado:
  $[a] \cdot [a] \cdot \cos (a,a) = \cos 0 = 1$

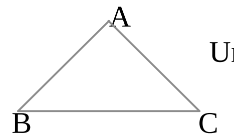
$$\boxed{[a]\cdot[a] = [a]^2}$$

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Dados los puntos a y b: $d(AB) = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$

Propiedades:

- la distancia entre dos puntos es 0 únicamente en el caso en que A = B
- para cualquiera de los puntos su distancia siempre es +
- Simétrica aunque estén en sentidos contrarios
- Propiedad triangular: la distancia AB es siempre la suma de las distancias entre AC Y BC



Un lado es siempre menor que la suma de los otros dos.

ANGULO ENTRE DOS VECTORES

Utilizando la definición de producto escalar podemos calcular el cos (AB) despejando:

$$\boxed{\cos(a \bullet b) = \frac{a \bullet b}{[a] \bullet [b]} \Rightarrow a = \arccos \frac{a \bullet b}{[a] \bullet [b]}}$$

PARALELISMO DE RECTAS

Dos rectas son paralelas cuando sus vectores directores son proporcionales o si coinciden sus pendientes (m).. Su producto escalar es igual a 1.

Para construir una recta paralela a otra se utiliza el mismo vector director y se pone el punto por donde se desea que pase la nueva recta. Se utiliza la ecuación punto pendiente.

PERPENDICULARIDAD

dos rectas son perpendiculares cuando sus vectores directores lo son, es decir, que sean ortogonales y que su producto escalar sea igual a 0.

$Ax^2 + Bx + C = 0$

Vd de una ecuación = (-B,A) $\Rightarrow$ Pendiente (m)= $\frac{B}{A}$ (DEL VECTOR DIRECTOR)

Pendiente directamente de la ecuación en forma general: (m)= $\frac{A}{-B}$

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

Dado un punto P(x1,y1) y una recta Ax + Bx + c = 0, se define la distancia entre el punto p y la recta de la siguiente forma:

$$\boxed{d(p,r) = \left| \frac{Ax1 + By1 + C}{\sqrt{(A+B)^2}} \right|}$$

* La distancia desde el punto a la recta es en línea recta y es siempre perpendicular.

ECUACION NORMAL DE LA RECTA

Nos da directamente la distancia de la recta al origen de coordenadas, siendo los coeficientes de X e Y los cosenos directores.

Ec. Normal: $\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}} X + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} Y + \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

ALGUNOS PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Hallar un vector cuyas componentes sean proporcionales a 2,3,4, respectivamente, y cuyo módulo sea $(116)^{1/2}$

Hay dos formas de hacerlo:
a) se divide el módulo que nos dan entre el módulo de los tres valores de manera que

$$n = \frac{\sqrt{116} \to \text{mod}\, ulo(dado)}{\sqrt{29} \to \text{mod}\, ulo(a)}$$ de lo que resulta n=2

Como $\boxed{n(2,3,4)= (x,y,z)}$ resulta el vector (4,6,8)

b) lo mismo sería si multiplicamos el módulo que nos dan por el vector unitario de dichos valores de manera que:

$$\sqrt{116} \bullet \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right) = (4,6,8)$$

Demostrar que i·i = j·j = k·k = 1

Por la segunda definición de producto escalar i · i = 1 · 1 ·cos0 = 1
Lo mismo para j y k por lo que el resultado es 1.

TEMA 1.-
MOVIMIENTO, MAGNITUDES FISICAS DEL MOVIMIENTO

MOVIMIENTO: el movimiento es el cambio de posición de una partícula, interviniendo además dentro de ese movimiento el tiempo, la trayectoria y la causa que ha producido dicho movimiento.

VECTOR DE POSICION

El vector posición representa la posición de la partícula en cada momento.

$\boxed{r = x + y}$ siendo su módulo $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

- Vector desplazamiento: corresponde a la variación del vector de posición con respecto al tiempo y viene dado por la fórmula:

$$\Delta r = r_f - r_0$$

VELOCIDAD MEDIA Y VELOCIDAD INSTANTANEA

Velocidad es la variación de la posición de un móvil en un sentido determinado respecto del tiempo empleado en esa variación.
Se distinguen dos tipos de Velocidad:

- Velocidad media = la variación del vector desplazamiento respecto a la variación del tiempo

$$\boxed{Vmedia = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{rf - ro}{tf - to} m/s}$$

- Velocidad instantánea: es la derivada del vector de posición respecto al tiempo:

$$\boxed{Vinst = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} m/s}$$

ACELERACION

Siempre que hay cambios en la velocidad existe aceleración. Al igual que en la velocidad existe una aceleración media y una instantánea:

- Aceleración media: Es el cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo transcurrido

$$\boxed{a^{\rightarrow} m = \frac{v^2 - v^1}{t^2 - t^1} = \frac{\Delta v^{\rightarrow}}{\Delta t} m/s^2}$$

- Aceleración instantánea: es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo:

$$\boxed{a^{\rightarrow} = \frac{dv^{\rightarrow}}{dt} = \frac{d^2 r^{\rightarrow}}{dt^2} m/s^2}$$

Componentes intrínsecas de la aceleración:

Dependen de la misma aceleración:

Aceleración tangencial: $At = \frac{d|v^{\rightarrow}|}{dt}$

* Por lo que $\boxed{|a^2| = |a^2 n| + |a^2 t|}$

Aceleración normal o centrípeta: $an = \frac{V^2}{r}$

La tangencial es la que empuja hacia a fuera y la centrípeta hacia dentro.

*CELERIDAD= Módulo de la aceleración

<u>TEMA 2</u>

<u>MOVIMIENTO RECTILINEO, CIRCULAR Y VIBRATORIO ARMONICO SIMPLE</u>

1.- MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME:

Se define como aquel movimiento cuya velocidad es constante en módulo, dirección y sentido. Por ello prescindimos de la notación vectorial, MAGNITUD ESCALAR, indicándose mediante signos + o - para indicar el sentido.

A partir de la fórmula de la velocidad instantánea $\boldsymbol{v} = \dfrac{\boldsymbol{ds}}{\boldsymbol{dt}}$ obtenemos que $\boldsymbol{ds} = \boldsymbol{vdt}$ por lo que al integrar:

$$\int_{s_0}^{s} \boldsymbol{ds} = \boldsymbol{v}\int_{0}^{t} \boldsymbol{dt} \Leftrightarrow \boldsymbol{s} = \boldsymbol{s_0} + \boldsymbol{vt}$$

Así obtenemos la fórmula de la posición $\boxed{\mathbf{S= S_0+ vt}}$

2.- MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

En el la aceleración es constante, por lo que a partir de la fórmula de la aceleración tangencial:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a_t} = \frac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dt}} \Rightarrow \boldsymbol{dv} = \boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{dt} \Rightarrow \int_{s_0}^{s} \boldsymbol{dv} = \boldsymbol{a} \bullet \int_{0}^{t} \boldsymbol{dt} \Rightarrow \Rightarrow \quad \boxed{v = v_0 + a \cdot t}$$

A partir de ella obtenemos la ecuación desde una posición inicial:

$$\boxed{\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s_0} + \boldsymbol{v_0 t} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{at^2}}$$

3.- MOVIMIENTO CIRCULAR

Ahora la unidad del sistema Internacional es el Rad. /seg.

$$\boldsymbol{rpm} \Rightarrow \boldsymbol{rps} = \boldsymbol{x} \bullet \frac{2p}{60} \Rightarrow \frac{vuelta}{segundos}$$

Longitud de la circunferencia = $2\pi \cdot r$

1 vuelta = 2π rad.

Radián: es la longitud de arco que es igual a la longitud de radio. La longitud del arco que mide lo mismo que el radio.

Posición: $j = j_0 + w_0 t + \dfrac{1}{2} a \bullet t^2$

Velocidad angular: $w = \dfrac{a}{t}$ $\quad w = w_0 + a \bullet t \quad w = \dfrac{2p}{T}$

Aceleración: $a = \dfrac{w_f - w_o}{t}$ $\quad$ Centrípeta o normal: $a_c = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(w \bullet r)^2}{r} = w^2 \bullet r$

4.- MOVIMIENTO VIBRATORIO

Se trata de una clase especial de movimiento periódico. Un movimiento es periódico si su trayectoria se repite a intervalos iguales de tiempo.

$\vec{F} = -k \bullet \vec{y}$ De donde: F= la fuerza recuperadora
k= constante recuperadora del resorte N/m
y= vector de posición

Características:

- **Elongación:** la posición de la partícula en cada instante del móvil
- **Amplitud:** Es la elongación máxima
- **Período:** (T) es el tiempo que tarda en dar un ciclo completo. Ida y vuelta hasta el punto de origen
- **Frecuencia:** Corresponde a la inversa del período 1/T. corresponde al nº de veces que cumple 1 ciclo en 1 segundo.

4.1- Relacion entre el movimiento rectilíneo uniforme y el vibratorio armónico simple.

Elongación: $A \bullet sin(w \bullet t) + j$ **.** Como $w = \frac{2p}{T}$ Þ $A \bullet sin\left(\frac{2p}{T}\right) \bullet t$ Þ $A \bullet sin(2p \bullet f) \bullet t$

Velocidad: $\frac{dy}{dt}$ Þ $\frac{d(A \bullet sin \bullet wt)}{dt} \Rightarrow v = Aw \bullet cos\, wt$

Aceleración: $\frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{d(A \bullet w \bullet cos \bullet w \bullet t)}{dt} = -Aw^2 sin(wt) \Rightarrow -w^2 \bullet y$

Representación gráfica:

Se coloca en el eje de abscisas (OX) el tiempo, tomando fracciones sencillas de T. En ordenadas se colocan valores de la elongación.
T= tiempo
φ = valor de la elongación, del que se hace el coseno.

5.- COMPOSICION DE MOVIMIENTOS

Ya Galileo en el siglo XVI enuncio:

- El vector de posición del móvil es la suma vectorial de los vectores de posición.
- Igualmente la velocidad resultante es la suma vectorial de las velocidades de cada movimiento

Cuando se efectúa un tiro vertical hacia arriba el valor de la aceleración es inverso, quiere decir que:
$v = v_0 - gt$

Es por ello que un movimiento en el espacio vectorial se puede expresar de las siguientes maneras:
$\vec{s} = (Vx, Vy) - -O - -\sqrt{(Vx)^2 + (Vy)^2}$

TIRO PARABOLICO

$$\boxed{Xmax = \frac{v^2 \, sen 2a}{g}}$$

$$\boxed{Ymax = \frac{v^2 \, sen^2 \, a}{2g}}$$

Eje de la X:

$Vx = Vo \cos a$

$Vx = Vo \cos a \bullet t$

Eje de la Y:

$Vy = Vo \, sen \, a$

$Vy = Vo \, sen \, a \bullet t$

$$y = y_0 + Voy + \frac{1}{2} at^2$$

TEMA 3 DINAMICA

Dinámica: parte de la física que estudia el movimiento y las causas que lo producen.

Concepto dinámico de fuerza: Fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo o de producir en él una deformación.

LEYES DE NEWTON

1.- Principio de Inercia: cuando no se ejerce ninguna fuerza sobre un cuerpo, éste permanece en reposo, y si se mueve, su movimiento es rectilíneo y uniforme.
Ej.: cuando se pone en marcha un autobús, cuando movemos un vaso de agua y este se derrama, etc.. Éstos fenómenos se deben a la inercia de los cuerpos en movimiento, en virtud del cual éstos tenderían a seguir moviéndose con la velocidad que poseen y en el mismo sentido que el vehículo.

2.- Proporcionalidad entre fuerzas y aceleraciones: $\sum F = m \bullet a$

- Cuando a un cuerpo se le somete sucesivamente a varias fuerzas constantes, adquiere unas aceleraciones que son proporcionales a estas fuerzas y de su mismo sentido.
- La fuerza que se aplica a un cuerpo es igual al producto de la masa por la aceleración que le comunica.

Debido a la presencia de la gravedad, los cuerpos que por ella se mueven poseen una fuerza proporcional a su masa, a la que llamamos peso, y cuya fórmula es: $\vec{P} = m \bullet \vec{g}$
* Fuerza de Inercia: es una fuerza virtual igual a la masa por la aceleración, pero de sentido contrario a ésta. $\vec{F} + \vec{F}i = 0$

3.- Principio de acción y reacción:

- Cuando un cuerpo A ejerce sobre otro B una fuerza (acción), el segundo ejerce sobre el primero otra fuerza igual y de sentido contrario (reacción).

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

REFORMULACION DE LAS LEYES DE NEWTON

1.- Ley de Inercia: $I = \int F dt$

Si la resultante de las fuerzas exteriores es nula, conserva su momento lineal, es decir, no cambia el momento lineal o cantidad de movimiento.

2.- F = m·a: al conservar su momento lineal $F = \frac{d\vec{p}}{dt}$

3.- Acción - Reacción: Si la resultante de todas las fuerzas exteriores es 0 y sólo hay fuerzas interiores, la variación de la cantidad de movimiento del cuerpo A es igual a - la variación de cantidad de movimiento del cuerpo B.

$$D\vec{p}_1 = -D\vec{p}_2$$

FUERZAS DE ROZAMIENTO

Son fuerzas que se oponen al movimiento de los cuerpos, es decir, su valor no puede superar NUNCA la fuerza que es aplicada, por lo que no cambia el sentido del movimiento del cuerpo, solo lo frena.
Es una fuerza paralela al desplazamiento pero de sentido contrario.
Es proporcional a las fuerzas normales entre las superficies de contacto.
No depende del área de la superficie de contacto, pero sí de la naturaleza de las sustancias.
Es mayor al iniciarse el movimiento que cuando se encuentra en movimiento.

Coeficiente estático de rozamiento:

Se denomina así al cociente entre la fuerza de rozamiento apreciada en el momento de iniciar el movimiento y la fuerza normal a la superficie de contacto.

$m = \frac{Fr}{N} = \frac{Fr}{m \bullet g}$ lo que implica que $Fr = mmg$, en un plano inclinado $\boxed{Fr = mmg \bullet cos a}$

$$Px = Fx = mg \bullet sen a$$
$$Py = Fy = mg \bullet cos a$$

IMPULSO MECANICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Impulso mecánico de una fuerza es el producto de la fuerza por el tiempo que está actuando.
Se trata de una magnitud vectorial, producto del vector fuerza por un escalar, el tiempo:

$$\vec{F} dt = m \bullet d\vec{v}$$
$$\vec{F} Dt = D\vec{p}$$

$$\boxed{I = \int F dt}$$

El impulso mecánico es igual a la variación de la cantidad de movimiento.
P= m·v⇒ magnitud vectorial

Principio de conservación de la cantidad de movimiento: En un sistema aislado, en el que no se ejerce fuerza ninguna desde fuera, la cantidad de movimiento no varía.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow Pero - si \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

ECUACIONES DE LA DINAMICA DE ROTACION

- **Rotación de una partícula con respecto a un punto**

$$ac = \frac{v^2}{R} = Rw^2 \vec{n}$$

Según la segunda ley de Newton esta aceleración debe estar producida por una fuerza de la misma dirección y sentido por lo que:

$$\boxed{\vec{Fc} = m\frac{V^2}{R} = mRw^2 \vec{n}}$$

- **Rotación de un sólido rígido**

Se trata de un sólido indeformable al estar sometido a fuerzas de cualquier tipo. La variación de la rapidez de giro depende de la fuerza aplicada, del punto donde se ejerce la fuerza y de la dirección de ésta.

Estos tres elementos pueden hacer variar el momento de una fuerza o de un par de fuerzas.

Por ello aparece una nueva magnitud física, el MOMENTO DE INERCIA. Se trata de una magnitud escalar.

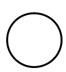
$$M = Ia$$

- **Momento de Inercia. Radio de giro**

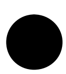
$I = mr^2$

El radio de giro ,ρ, es un radio medio y equivale a la distancia desde el eje a un punto donde tendríamos que concentrar la masa del sólido para que el momento de inercia de esa <<masa puntual>> fuese el del sólido.

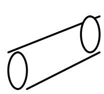
- **Momentos de Inercia de algunos sólidos:**
  - Partícula: $I = m \bullet R^2$



Anillo: $I = m \bullet R^2$



Disco: $I = \frac{1}{2} mR^2$



Cilindro: $\frac{2}{5} mR^2$

- **Momento Angular:**

El momento angular o cinético ($\vec{L}$) de una partícula de masa m que gira en torno a (0,0) es el producto vectorial de $\vec{r}$ por mv (momento de la cantidad de movimiento)

$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}}$ Su módulo es L= mrv

Como v = r w, sustituyendo se obtiene: $\boxed{L = mr^2 w = Iw = I\vec{w}}$

Por lo que el módulo del momento angular es igual al producto del momento de inercia por la velocidad angular.

- **Impulso Angular**

Es el producto del momento de una fuerza ($\vec{M}$) por el tiempo que esta actuando. Es un vector de dirección y sentido igual al de M cuyo módulo viene dado por:

$$\boxed{Mt = Iw}$$

Esto nos demuestra que es equivalente al momento angular.

- **Conservación del momento angular**

Si la resultante de los momentos M aplicados a un sólido en rotación es nula, se cumplirá que:

$$\vec{M} = \frac{d\left(I\vec{w}\right)}{dt} = 0$$

Un sólido en rotación no sometido a momentos exteriores mantiene constante su momento angular.

TEMA 4 TRABAJO Y ENERGIA

1.- Trabajo: (PRODUCTO ESCALAR)

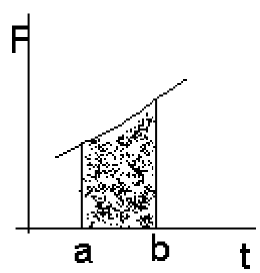
$$W = \int_b^a F \bullet dr$$

1.1.- Trabajo de una fuerza constante: $\boxed{W = F \bullet r \bullet \cos a}$

1.2.- Trabajo de una fuerza variable:

$$\boxed{\begin{aligned} &W = \int_x Fdr \\ &Ej.: HOOKE = F = -kx \\ &W = \int_0^x -Kx \bullet dx = \frac{1}{2}Kx^2 \end{aligned}}$$

1.3.- Representación gráfica:



1.4.- Observación a la definición de trabajo:

Los elementos que intervienen en la definición de trabajo son tres: fuerza, desplazamiento y cosenos del ángulo formado por los vectores fuerza y desplazamiento.

- El trabajo es máximo, si la fuerza y el desplazamiento son de la misma dirección y sentido, o lo que es lo mismo, cuando $\cos\alpha = 1$
- El trabajo es máximo pero negativo cuando $\alpha = 180^\circ$
- Si no hay desplazamiento no hay trabajo, es nulo.
- Cuando el desplazamiento de un cuerpo es perpendicular a la fuerza que se ejerce sobre el no hay trabajo, puesto que cos90 = 0.
- Ft = suma algebraica de todas las fuerzas.

ENERGIA Y TRABAJO
La energía se define como la capacidad que tiene un cuerpo para realizar un trabajo.
Se mide en J (julios), que corresponden a 1N·m.

1. **Energía cinética:** el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética:

$$W = DEc$$

$$Ec = \frac{1}{2} m \bullet v^2$$

Energía cinética de Rotación: $Ecr = \frac{1}{2} I w^2$

Cuando además de deslizarse con velocidad de traslación, gira con velocidad angular, como un bolo, la energía cinética total de la bola es:

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I w^2}$$

2.- Energía potencial: El trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre un cuerpo es igual a la disminución de la energía potencial:

$$W = -DEp$$

$$Ep = mgh$$

3.- Conservación de la energía mecánica: Si es la fuerza conservativa la única fuerza que actúa sobre el cuerpo podemos decir que:

$$\boxed{\begin{array}{l} DEc = -DEp \\ DEc + DEp = 0 \end{array}}$$

Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica se conserva en todos los puntos de su trayectoria.

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS
Una fuerza es conservativa si el trabajo que realiza para trasladar una partícula material de un punto A a otro B no depende del camino seguido sino tan sólo de los puntos inicial y final.

La fuerza gravitatoria es conservativa

La fuerza elástica de un resorte también: $DEp = \frac{1}{2} k x_B^2 - \frac{1}{2} k x_A^2$

TEOREMA DE LA CONVERSACION DE LA ENERGIA
El trabajo total (Wt) realizado sobre un cuerpo es igual a la suma del trabajo realizado por las fuerzas conservativas (Wc) más el realizado por las fuerzas no conservativas.

$$Wt = Wc + Wnc = DEc$$

$$Wnc = DEc + DEp$$

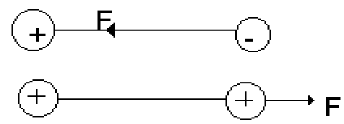
$$Wnc = DE$$

TEMA 5
CAMPO ELECTRICO Y POTENCIAL ELECTRICO

1.-LEY DE COULOMB

La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas es directamente proporcional al producto de ambas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\boxed{F = K \bullet \frac{q \bullet q'}{r^2} \vec{u}_r}$$



K= 9 · 10^{9} r = la distancia en m que separa ambas cargas.

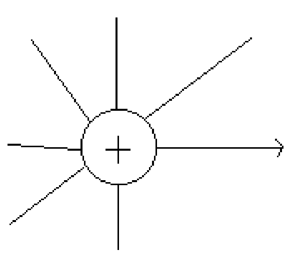
La constante ε se denomina permitividad absoluta o constante dieléctrica, cuyo valor medido en el vacío es de **8.85 * 10^{-12}**
Para calcular la permitividad en un medio, suele darse la permitividad relativa de ese medio definida por: $e_r = \frac{e}{e_0}$

CONCEPTO DE CAMPO ELÉCTRICO (E)

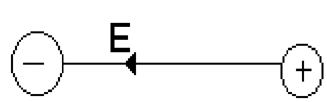
El campo eléctrico creado por una o varias cargas es la zona que las rodea, en la cual se ponen de manifiesto las atracciones o repulsiones que sufren dichas cargas. Su valor viene determinado por una magnitud vectorial llamada intensidad del campo eléctrico que se define como **la fuerza ejercida en ese punto por la unidad de carga.**

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'}}$$

Campo creado por una carga puntual aislada sobre un punto: Una carga es puntual si el objeto que la contiene no ocupa volumen o éste es muy pequeño.



$$E = K\frac{q}{r^2}$$



En una carga + el campo es E = K · q/r^{2}
La intensidad del campo eléctrico es directamente proporcional a la carga que crea el campo e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia A la carga.

Líneas de fuerza: son la representación de la dirección y sentido del campo eléctrico. Las líneas de fuerza salen de las cargas positivas (fuentes) y se dirigen a las negativas (sumideros).
La intensidad del campo eléctrico es tangente a la línea de fuerza que pasa por ese punto.
Se trata de un campo de fuerzas conservativo porque el trabajo realizado para trasladar una carga de un punto a otro no depende de la trayectoria recorrida sino de los puntos inicial y final del recorrido.
La intensidad del campo creado por una carga puntual decrece muy rápidamente con la distancia a la carga.

CAMPO ELECTRICO CREADO POR VARIAS CARGAS PUNTUALES

Cuando las diferentes cargas actúan simultáneamente sobre la carga +q, la carga +q está sometida a la acción resultante de las fuerzas concurrentes

$$\mathbf{F = F_1 + F_2 + \ldots\ldots = q(E1+E2+E3\ldots)}$$

La intensidad del campo eléctrico creado en un punto por un conjunto de cargas puntuales fijas es igual a la suma vectorial de los campos creados en ese punto por cada una de las cargas puntuales.
El sistema creado por 2 cargas iguales pero de distinto signo a una distancia d se llama dipolo eléctrico.

CAMPO ELECTRICO UNIFORME

Campo eléctrico es aquel cuyo vector es constante en todos sus puntos.

ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA (Trabajo eléctrico)

Para trasladar la carga contra las fuerzas del campo es necesario realizar un trabajo, pero si se abandona la carga el campo realiza el mismo trabajo, aunque de signo contrario, siempre que la carga vuelva al mismo punto de partida. YA QUE ES UN CAMPO DE FUERZAS CONSERVATIVO.

$$\boxed{V = \frac{Ep}{q'}}$$

ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA

Al situar una carga en un campo eléctrico la carga experimenta una fuerza de atracción o de repulsión. Para trasladas la carga con respecto a las fuerzas del campo hay que realizar un trabajo, aunque de signo contrario siempre que la carga vuelva al mismo punto de partida.
Tiene que ser así porque el campo eléctrico es un campo de fuerzas conservativo.

$$Ep = \frac{1}{4pe_0} \bullet \frac{q}{r}$$

- Por convenio se admite que si r =ω, la energía potencial de q´ es nula.
- Para cualquier valor de r, la energía potencial es positiva si las cargas q y q´ son del mismo signo.
- La energía potencial es negativa si q y q´ son de signo contrario.

Potencial eléctrico en un punto:

Se define como la energía potencial de la unidad de carga en ese punto.

$$V = \frac{Ep}{q'} = \frac{1}{4pe_0} \bullet \frac{q}{r}$$

$$Ep = q' \bullet V$$

Otra definición de potencial en un punto:

$$V_A = \frac{1}{4pe_0} \bullet \frac{q}{r_A}$$

El potencial eléctrico en un punto A viene dado por el trabajo que habrá que realizar para trasladar la unidad de carga desde el infinito hasta ese punto.

Los potenciales creados por cargas + son positivos y los por cargas - negativos.

Potencial creado por varias cargas puntuales:

El potencial eléctrico resultante en un punto es la suma algebraica de los potenciales de cada carga, ya que los potenciales como el trabajo y la energía son magnitudes escalares.

$V = V_1 + V_2 + V_3 \ldots\ldots\ldots$

Diferencia de potencial. Trabajo eléctrico:

A partir del concepto de potencial eléctrico en un punto podemos deducir que a diferencia de potencial que hay entre dos puntos Vb - Va es el trabajo que hay que realizar sobre la unidad de carga positiva para llevarla de un punto a otro. Siempre desde el de mayor potencial al de menor.

$$\boxed{V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q'} = \frac{Ep_B - Ep_A}{q'}}$$

Unidad de potencial eléctrico o diferencia de potencial:

En el SI la unidad de potencial es el V

$$1Voltio = \frac{1Julio}{1Coulombio} = \frac{1J}{1C}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Son superficies que tienen el mismo potencial en todos sus puntos. También puede definirse como el lugar geométrico de los puntos que poseen el mismo potencial eléctrico.

Las superficies equipotenciales presentan las siguientes propiedades:

- Las superficies no se cortan, o lo que es lo mismo, no pueden pertenecer nada más que a una superficie equipotencial.
- El trabajo para trasladar una carga entre dos puntos de una superficie equipotencial es nulo.
  Ya que $W_{AB} = q'(Vb - Va)$, pero como Vb - Va = 0, W=0.
- De aquí se deduce que las superficies equipotenciales son perpendiculares al campo eléctrico en cada punto.

Ya que $W = \vec{F} \bullet D\vec{r} = q'' E \bullet DR \bullet \cos a = 0 \Rightarrow$ que α=90º, es decir las superficies equipotenciales son perpendiculares al campo eléctrico.

POTENCIAL DE UN CONDUCTOR ESFERICO CARGADO

El potencial dentro del conductor esférico es el mismo en todos sus puntos e igual al de la superficie.
El volumen de éste por lo tanto, es un volumen equipotencial.

$$Vi = Vs = \frac{1}{4pe_0} \bullet \frac{q}{a} \Rightarrow para.....r < a$$

$$Ve = \frac{1}{4pe_0} \bullet \frac{q}{r} \Rightarrow para.....r > a$$

$V = K\frac{q}{r}$ (La distancia es la del R porque la carga se supone que esta en el centro)

RELACION ENTRE EL CAMPO ELECTRICO Y LA DIFERENCIA DE POTENCIAL

$E = -\frac{Vb - Va}{l}$ El signo menos indica que el sentido del campo a lo largo de l es el de la disminución del potencial: el campo tiene el sentido de los potenciales decrecientes.

$\vec{E} r = -\frac{dV}{d\vec{r}} \Rightarrow$ la componente del campo en la dirección de r es igual a la derivada del potencial respecto a r cambiada de signo.
Puesto que el campo tiene el sentido de los potenciales decrecientes, las cargas positivas, que se desplazan en el sentido del campo, deben moverse de los puntos de mayor a menor potencial.

TEMA 6
CAPACIDAD - CONDENSADORES

FENOMENOS E INDUCCION ELECTRICA

Éste fenómeno permite cargar un conductor B, inicialmente sin carga, mediante la acción de otro campo eléctrico creado por otro conductor próximo A que está cargado.

- Al acercar el conductor B sin carga, al A cargado positivamente, el A produce una repulsión de los electrones hacia sí y la repulsión de las cargas positivas
- Si unimos el cuerpo B a tierra mediante un conductor quedarán sus cargas positivas neutralizados por el paso de electrones desde tierra.
- Interrumpiendo la conexión con tierra el conductor B sólo tendrá carga negativa. Si lo alejamos de A las cargas negativas se distribuirán por toda la superficie de acuerdo con su geometría. (+ en las puntas.)

CARGA DE UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO ELECTRICO

Por lo general es nulo en el interior de una esfera conductora cargada y en general dentro de cualquier conductor.
Si el conductor está cargado, la carga se distribuye por la superficie del mismo.
Si el conductor es hueco, la carga se distribuye en la superficie de la misma que si fuese macizo, pero en el interior y dentro del propio metal el campo es nulo.
Consecuencias:

- Un electroscopio va instalado, en el interior de una caja metálica que sirve de "blindaje" contra los campos eléctricos exteriores no deseados.
- El emparillado de hormigón es un fantástico pararrayos
- Los aparatos de televisión reciben mal la señal a no ser que estén conectados por una antena exterior a la carroceria.

CAPACIDAD DE UN CONDUCTOR

El campo eléctrico en el interior es nulo, y en la superficie bien dado por la ecuación $\vec{E} = K\frac{q}{r^2}$ como si toda la carga estuviese en el centro de la esfera.
El potencial (v) es igual en todo en el interior que en la superficie.
Pero el conductor no admite carga de forma indefinida. Llega un momento en el que al aumentar la carga se producen potenciales tan altos que se supera el valor límite, pasando la carga sobrante al medio ambiente. El valor de éste depende del material del aislante.
Para un conductor determinado, la relación constante entre carga y potencial recibe el nombre de capacidad del conductor.

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} Faradios}$$

SI= faradio (F); es la capacidad de un conductor que adquiere la carga de un culombio cuando está el potencial de un voltio.

Capacidad de un conductor esférico:
Aunque la capacidad de cualquier conductor se obtiene dividiendo la carga que contiene ente el potencial adquirido, para algunos puede calcularse en relación a su geometría.

$$\boxed{C = 4pe_0 \bullet R}$$

CONDENSADORES

Se trata de un sistema constituido por dos conductores próximos separados por un dieléctrico aislante.
La capacidad de un conductor viene dada por el cociente entre la carga de uno de los conductores y la diferencia de potencial entre ambos.

Tipos de condensadores

- Condensador plano: consta de dos láminas metálicas planas separadas por un dieléctrico. Su capacidad vale:

$$\boxed{C = \frac{eS}{d} = \frac{e_r e_0 S}{d}}$$

Donde:
ε = constante dieléctrica absoluta del medio
ε_0= constante dieléctrica absoluta del vacío
ε_r= constante dieléctrica relativa
S = superficie de la lámina
d = distancia entre las láminas.

$$\boxed{C = \frac{eS}{d} = \frac{e_r e_0 S}{d}}$$

La capacidad de un condensador plano es directamente proporcional a la constante dieléctrica y a la superficie de una de las armaduras, e inversamente proporcional al grosor del dieléctrico que separa las dos láminas.
La constante dieléctrica relativa se obtiene dividiendo la capacidad de un condensador con ese dieléctrico entre la capacidad del mismo condensador sin dieléctrico.

$$\frac{C}{Co} = \frac{\frac{eS}{d}}{\frac{e_0 \bullet S}{d}} = \frac{e}{e_0} = e_r$$

- Condensador variable está constituido por la asociación en paralelo de varios condensadores planos, pero con la particularidad de que cada una de las láminas semicirculares de cada condensador puede girar y modificar así la superficie eficaz del condensador. Es el caso de los sintonizadores de la radio.
- Además existen infinidad de condensadores.

ASOCIACIONES DE CONDENSADORES

En serie:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{1}{C} = \frac{!}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \\ &C = \frac{Ci}{n} \end{aligned}}$$

En paralelo:

En ésta las armaduras de cada signo van unidas y, por tanto, están al mismo potencial. Es decir la diferencia de potencial es igual para todos los condensadores.

$$\boxed{\begin{aligned} &C = C1 + C2 + C3 \\ &C = nCi \end{aligned}}$$

Asociación mixta:

Se halla el equivalente de condensadores en paralelo y después se calcula la asociación resultante de la serie.

ENERGIA DE UN CONDENSADOR

Un condensador es un dispositivo que puede almacenar energía eléctrica: la energía adquirida al ser cargado.

$$Q = C \bullet V$$

Energía: $W = \frac{1}{2}QV$

La energía de un condensador queda almacenada en el campo creado entre las dos láminas de un condensador y localizada en el dieléctrico.

También:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{1}{2}CV^2}$$

TEMA 7
CORRIENTE CONTINUA

Se llama corriente eléctrica al movimiento ordenado y permanente de las partículas cargadas en un conductor bajo la influencia de un campo eléctrico.
Los portadores de carga son los electrones.

INTENSIDAD DE LA CORRIENTE

Intensidad de corriente (I) es la carga eléctrica que atraviesa la sección de un conductor en la unidad de tiempo.

$I = \frac{Q}{t}$ En el SI el Amperio (A)

DENSIDAD DE CORRIENTE

Se define como el cociente de la intensidad y la sección recta del conductor, es decir, la intensidad por unidad de sección del hilo:

$J = \frac{I}{S}$ En el SI amperio/m^2

RESISTENCIA DE UN CONDUCTOR

Es el impedimento al paso de la corriente.

$\boxed{R = r \bullet \frac{l}{S}}$ ρ =Se denomina resistividad y es una característica de cada material
En el SI la unidad es el Ohmio Ω

Es la resistencia de un conductor que mantiene la corriente de un amperio al aplicar a sus extremos la diferencia de potencial de un voltio.

LEY DE OHM

$\boxed{V_{AB} = I \bullet R}$ Se produce en zonas donde exista diferencia de potencial a través de un conductor.

$\in$= Fuerza electromotriz, = ΔV que existe entre los extremos de una pila.
Electrolito: los elementos que se disuelven del agua hace que se conduzca la electricidad por medio de los iones que suelta.

LEY DE LAS MALLAS: La suma algebraica de las fuerzas electromotrices de una malla es igual a la suma también algebraicas de las intensidades que recorren la malla por las resistencias.