

-----ELASTICIDAD-----

El estudio de las ondas puede parecer un tema pesado y dificultoso. Sin embargo, es de gran importancia para entender gran cantidad de fenómenos naturales. Tradicionalmente, su estudio se empieza explicando una propiedad característica de la materia: la elasticidad.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo cualquiera, éste se deforma más o menos según el material de que esté hecho. Al cesar la fuerza, el cuerpo recupera su forma inicial. Esta propiedad se denomina elasticidad.

A veces ocurre que ejercemos fuerzas demasiado grandes sobre el cuerpo y, al cesar éstas, el cuerpo no puede volver a su estado inicial, y queda permanentemente deformado. En este caso lo que ocurre es que hemos rebasado el límite elástico del cuerpo.

La elasticidad, es una propiedad general de la materia, ya sea en estado gaseoso, líquido o sólido. En los fluidos estamos acostumbrados a ver fenómenos elásticos; no así en los sólidos, que clasificamos en elásticos o no elásticos.

Cuando deformamos un arco para disparar una flecha, o la misma cuerda del arco, o un muelle, decimos que recuperan la forma porque son elásticos.

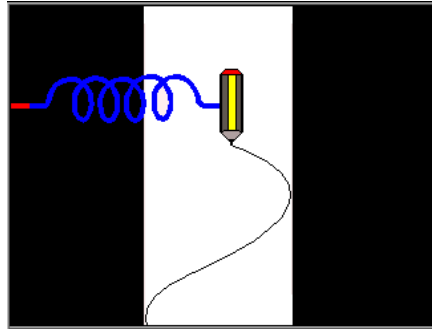
La elasticidad en los sólidos sirve para recuperar su forma inicial.

Los fluidos no tienen forma propia, por lo tanto, no se pueden deformar. Ahora bien, diremos que son elásticos cuando sean capaces de recuperar el volumen que inicialmente ocupaban.

-----MOVIMIENTO OSCILATORIO-----

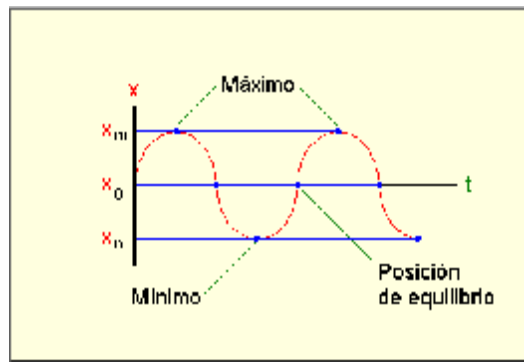
Tomemos un muelle con un cuerpo suspendido de él y separémoslo de su posición de equilibrio. Al soltarlo, vuelve a la posición de equilibrio, la rebasa y comprime el muelle en la misma longitud con que lo hemos alargado. Allí se detiene un instante, para volver a pasar por la posición de equilibrio e ir de nuevo hasta la posición desde la que ha sido soltado.

Si colocamos un muelle en posición horizontal y unimos un lápiz en uno de sus extremos, podemos construir un curioso mecanismo para estudiar el movimiento. Coloquemos una cinta de papel que se mueva a velocidad constante y hagamos oscilar

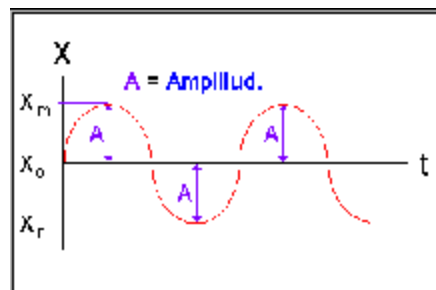


el muelle. A medida que oscila, el lápiz va trazando sobre el papel (que a su vez se mueve) la posición del muelle en cada instante .

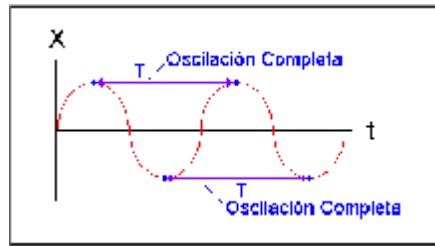
En la figura así obtenida, podremos observar unos máximos y mínimos, que corresponden a las posiciones más alejadas del cuerpo respecto a la posición de equilibrio, es decir, cuando está totalmente alargado, o comprimido. La posición de equilibrio que el cuerpo tenía al principio está señalada por la línea horizontal del dibujo



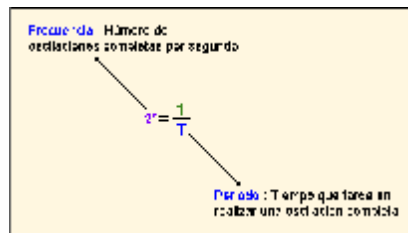
Se llama amplitud del movimiento a la distancia que hay desde un máximo o un mínimo a la posición de equilibrio.



Diremos que habrá efectuado una oscilación completa, cuando haya pasado de un máximo hasta el máximo siguiente, o bien desde un punto cualquiera del recorrido hasta que vuelve a él en las mismas condiciones en las que partió.

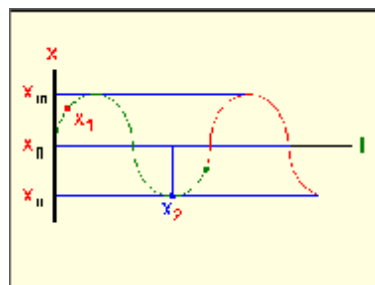


Así, el período será el tiempo que tarda en hacer una oscilación completa, y llamaremos frecuencia, ν , al número de oscilaciones producidas en un segundo. Por consiguiente, la frecuencia será la inversa del período:



Las unidades de la frecuencia son los s⁻¹, también llamados "Hertzios", Hz, o ciclos. Como frecuentemente se trabaja con frecuencias muy grandes, se utilizan también los "kilohertzios" (kilociclo) y los "megahertzios" (megaciclos), de modo que:

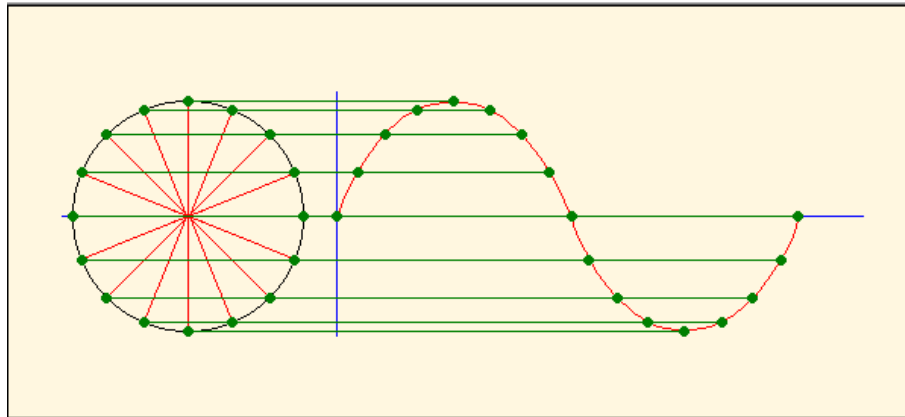
$$1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz} ; 1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$



La posición del cuerpo, en un instante determinado, respecto a la posición de equilibrio se denomina elongación, y se representa por x .

Resumiendo:

Podemos afirmar que una oscilación cualquiera viene determinada por su amplitud y su período.



Estudiando la forma de la oscilación armónica, se puede reconocer en ella la función seno, : El estado de la oscilación, es decir, su elongación, estará dada por la función:

$$x = A \cdot \text{Sen} \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

Diagram illustrating the equation $x = A \cdot \text{Sen} \frac{2\pi}{T} \cdot t$ with labels:

- x : Elongación
- A : Amplitud
- Sen : Seno
- $\frac{2\pi}{T}$: Periodo
- t : Tiempo

Igualmente, la velocidad y la aceleración, para una elongación determinada, serán también funciones seno o coseno (a este tipo de funciones se las llama armónicas).

-----ONDAS-----

Cuando en un medio elástico perturbamos una partícula, el movimiento armónico que adquiere lo transmite a las partículas más próximas, por lo que la perturbación se transmite a través del espacio, originándose un movimiento oscilatorio generalizado.

Todos hemos observado que al tirar una piedra al agua se producen pequeñas olas circulares que tienen por centro el lugar donde ha caído la piedra. Este tipo de perturbación cumple con lo que hemos dicho en el párrafo anterior, y recibe el nombre de onda.

Si perturbamos un medio elástico, esta perturbación se transmite al originarse un movimiento oscilatorio .

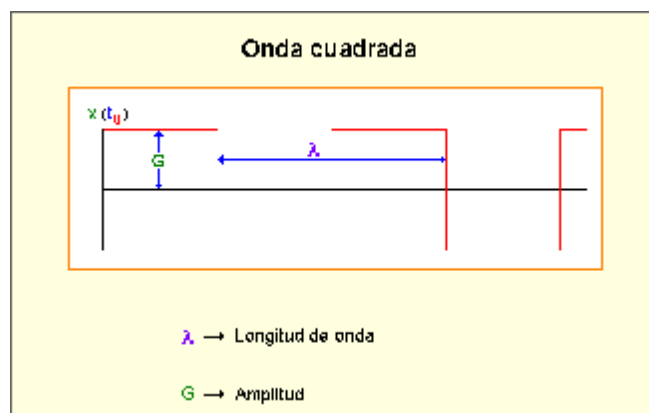
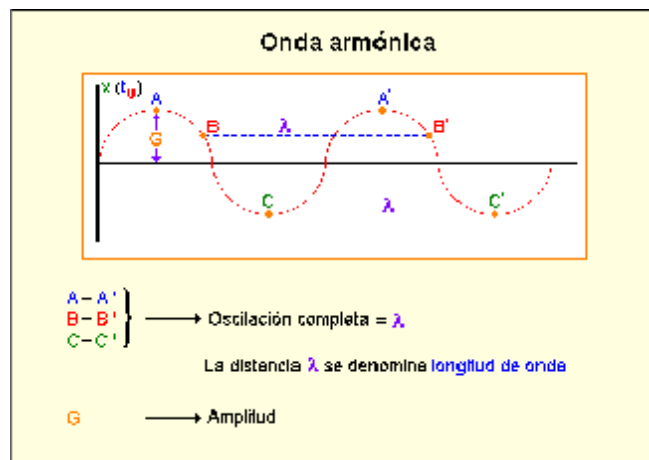
De este modo, podemos decir que al perturbar un medio elástico se origina una onda, y llamamos onda a la forma que toma la vibración.

Se produce de la siguiente manera: Una partícula vibra por la causa que sea. Al vibrar, transmite su energía a las partículas de alrededor, por lo que las arrastra en la vibración. Cada partícula oscila alrededor de su posición de equilibrio, pero la energía se transmite en una dirección, que es la llamada dirección de propagación de onda. La propagación de onda es la velocidad constante.

Sin embargo, no siempre es necesario que exista un material elástico para que se transmita una onda. Las ondas de televisión, por ejemplo, se propagan a través del aire, pero no utilizan las partículas del aire para su propagación. Consisten en un campo eléctrico oscilatorio y no necesitan medio material para su propagación, como veremos más adelante.

En cambio, el sonido es una onda de presión que sí necesita del aire para propagarse. Al pulsar las cuerdas de una guitarra, producimos una onda de presión que llega a nuestros oídos.

Las ondas pueden tener formas muy diversas .

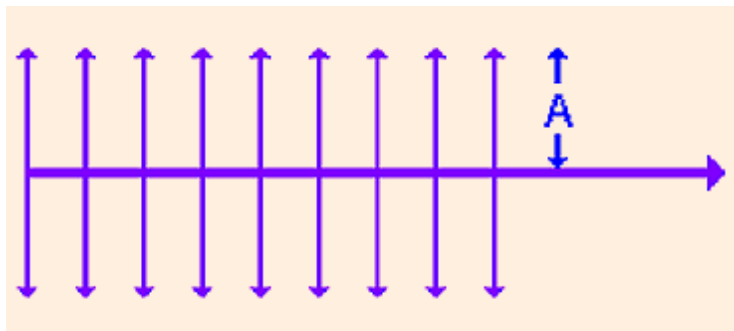


Un teorema matemático afirma que una onda cualquiera se puede descomponer en la suma de ondas armónicas. Por ello, sólo es necesario estudiar las ondas armónicas, ya que las demás características se pueden deducir a partir de éstas.

Las ondas se pueden clasificar en dos tipos: ondas transversales y ondas longitudinales.

-----ONDAS TRANSVERSALES-----

Son las de vibración perpendicular a la dirección de propagación .



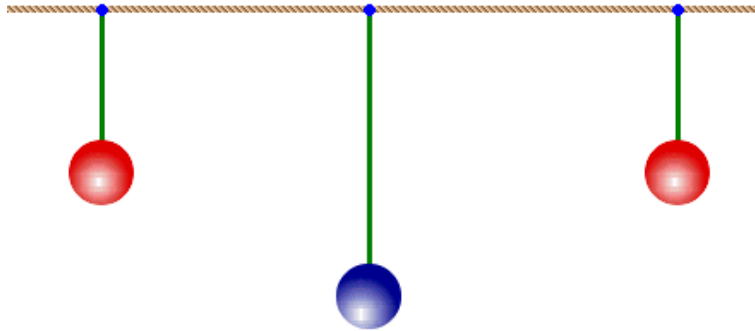
En este caso, la vibración de una partícula tiene que arrastrar a la siguiente, por lo que la materia por la que se propaga este tipo de ondas ha de tener cierta rigidez (serán sólidos). En líquidos y gases, no podrán propagarse.

-----ONDAS LONGITUDINALES-----

La propagación de la onda y la vibración se producen en la misma dirección.

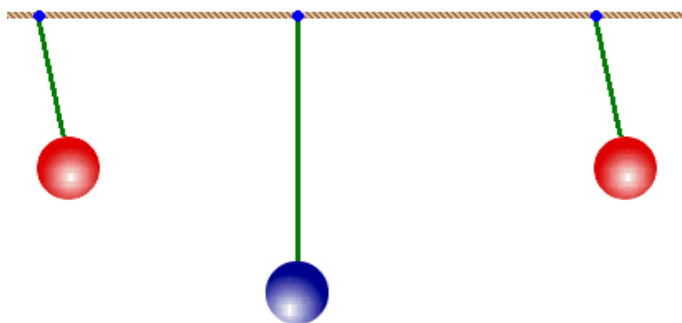
-----RESONANCIA-----

Antes hemos citado el péndulo, como ejemplo de un movimiento oscilatorio. Resulta que el período de un péndulo depende únicamente de la longitud del hilo del que pende la masa.



Realicemos el siguiente experimento: en una cuerda tensa colguemos tres péndulos, dos de igual longitud y uno más largo. El período de los dos primeros es el mismo, pero distinto del tercero. Coloquemos al más largo entre los cortos. A continuación, separemos de su posición de equilibrio uno de los péndulos cortos.

Al cabo de unos instantes, comprobaremos que el otro péndulo corto se empieza a mover y en pocos segundos lo hace con tanta intensidad como el primero, de manera que no podríamos distinguir cuál de los dos ha empezado a oscilar. Por contra, el péndulo largo no se ve afectado por la oscilación de los otros y permanece quieto .



¿A qué se debe este fenómeno? Los péndulos de igual longitud tienen períodos de oscilación iguales. El primero provoca la oscilación del segundo transmitiéndole energía a través del hilo que los une. El tercer péndulo asiste al fenómeno del "paso" de energía de un péndulo al otro, pero no puede participar en él porque su período de oscilación es distinto.

A este tipo fenómenos se le llama de resonancia y ocurre con mucha frecuencia en la naturaleza. Cuando una causa provoca una oscilación y cerca de ella se encuentra un objeto con la misma frecuencia propia que la de la oscilación, éste empieza a vibrar.

Hemos observado que el paso del metro hace tintinear las copas en el armario de una casa cercana. En este caso la oscilación del suelo se transmite al piso de la casa, con ella el armario empieza a oscilar y las copas se mueven. La oscilación se transmite tan lejos y a través de muchos objetos, gracias a la resonancia.

La resonancia se ha de tener muy en cuenta a la hora de diseñar cualquier cosa. Así, un ingeniero ha de calcular un puente para que el paso continuo de coches y personas no provoque vibraciones de la misma frecuencia que la propia del puente.

Cuando un puente está cargado, se curva, y se puede curvar mucho más si el puente oscila. Así, la amplitud de la oscilación en resonancia es mucho mayor que la curvatura originada por una carga estática.

Por ello, si el paso de un vehículo por un puente produce una determinada oscilación, hay que procurar que ésta sea distinta de la de resonancia, pues, de no ser así, podría hundirse el puente, suceso que ha ocurrido algunas veces.

-----INTERFERENCIAS-----

¿Qué ocurre cuando en un mismo medio se propagan simultáneamente dos movimientos ondulatorios?

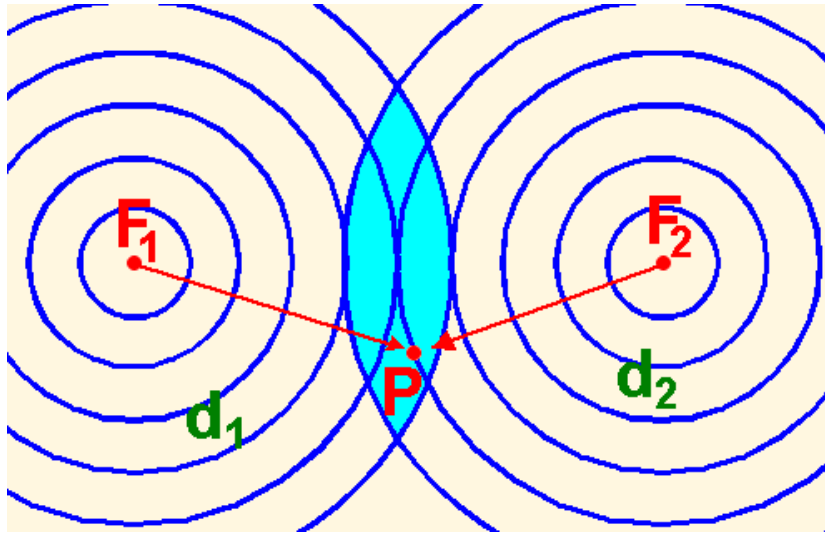
La experiencia muestra que, si se dan determinadas condiciones, se producirá una onda resultante de superponer las perturbaciones introducidas por cada una de las ondas por separado.

Lo expuesto se concreta en el principio de superposición, que dice:

La elongación resultante de cada partícula se obtiene sumando las elongaciones debidas a las dos perturbaciones .

La combinación de ondas para formar una onda resultante es un fenómeno llamado interferencia, característico de los movimientos ondulatorios.

A continuación, vamos a realizar un estudio analítico de una interferencia en un punto P, situado a una distancia d_1 del primer foco y d_2 del segundo foco:



Consideremos que los movimientos que interfieren tienen la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda; el estado vibratorio del punto P respecto a la primera perturbación es:

$$x_1 = A_0 \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) \right]$$

Diagrama de la ecuación anterior con etiquetas:

- x_1 : Elongación de la onda producida por el primer foco
- A_0 : Amplitud de la onda producida por el primer foco
- sen : Seno
- 2π : Factor de fase
- $\frac{t}{T}$: Tiempo dividido por el Período
- $\frac{d_1}{\lambda}$: Distancia de un punto al primer foco dividida por la Longitud de onda

y respecto a la segunda:

Elongación de la onda producida por el segundo foco

$$x_2 = A_0 \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \right]$$

Amplitud de la onda producida por el segundo foco

Seno

Tiempo

Período

Distancia de un punto al segundo foco

Longitud de onda

Según el principio de superposición, el estado vibratorio del punto P será la suma

Amplitud de onda

Seno

Tiempo

Período

Distancia al primer foco

Longitud de onda

$$x = x_1 + x_2 = A_0 \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) \right] + A_0 \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \right]$$

Mediante la expresión matemática:

$$\text{sen } \alpha + \text{sen } \beta = 2 \cdot \text{sen} \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

obtenemos:

Elongación de un punto de la nueva onda resultante

Nueva amplitud resultante

Seno

Tiempo

Período

Distancia al primer foco

Distancia al segundo foco

Longitud de onda de las dos ondas que entran en interferencia

$$x = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{(d_1 + d_2)}{2\lambda} \right) \right]$$

donde:

$$A = 2A_0 \cdot \cos \left[2\pi \cdot \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right]$$

Labels in the diagram:
 - A : Amplitud resultante de la interferencia de dos ondas
 - $2A_0$: Amplitud de onda
 - \cos : Coseno
 - 2π : Constante
 - $d_1 - d_2$: Diferencia de distancias (Distancia al primer foco - Distancia al segundo foco)
 - 2λ : Longitud de onda

Es interesante destacar dos aspectos:

- 1- Al superponer dos movimientos ondulatorios, se obtiene otro movimiento ondulatorio con la misma frecuencia y longitud de onda.
- 2- La amplitud de vibración de un punto depende de la diferencia de distancias $d_1 - d_2$

-----NODOS Y VIENTRES-----

En la ecuación de onda de una interferencia:

$$x = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{(d_1 + d_2)}{2\lambda} \right) \right]$$

Labels in the diagram:
 - x : Elongación de un punto de la nueva onda resultante
 - A : Nueva amplitud resultante
 - sen : Seno
 - 2π : Constante
 - $\frac{t}{T}$: Tiempo / Periodo
 - $d_1 + d_2$: Suma de distancias (Distancia al primer foco + Distancia al segundo foco)
 - 2λ : Longitud de onda de las dos ondas que entran en interferencia

$$A = 2A_0 \cdot \cos \left[2\pi \cdot \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right]$$

Labels in the diagram:
 - A : Amplitud resultante de la interferencia de dos ondas
 - $2A_0$: Amplitud de onda
 - \cos : Coseno
 - 2π : Constante
 - $d_1 - d_2$: Diferencia de distancias (Distancia al primer foco - Distancia al segundo foco)
 - 2λ : Longitud de onda

Se observa que hay puntos inmóviles $A = 0$; esto será cuando:

$$\cos \left[2\pi \cdot \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right] = 0$$

o lo que es lo mismo,

$$d_1 - d_2 = (2K + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

Estos puntos inmóviles se llaman nodos (interferencia destructiva) de la interferencia y verifican que la diferencia de distancias es un número impar de semilongitud de onda.

De la ecuación de onda de la interferencia, también deducimos que hay puntos que vibran con una amplitud $A = 2A_0$, ésto será cuando:

The diagram shows the equation $\cos \left[2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right] = \pm 1$ inside a yellow box. Arrows point from the text labels to parts of the equation: 'Coseno' points to the cos function, 'Distancia al primer foco' points to d_1 , 'Distancia al segundo foco' points to d_2 , and 'Longitud de onda' points to λ .

o lo que es lo mismo,

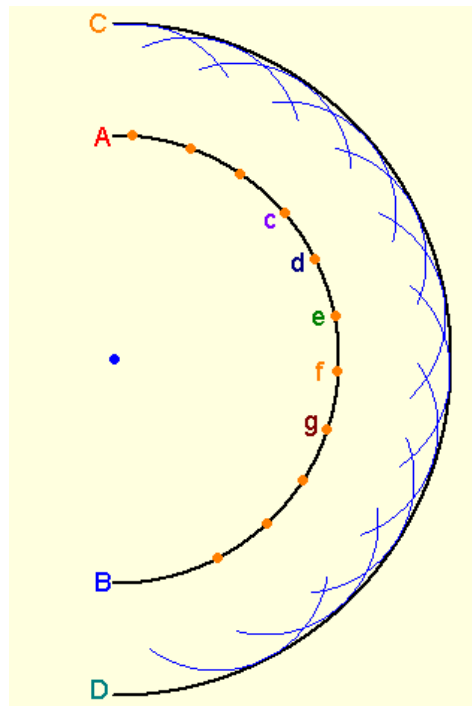
$$d_1 - d_2 = K\lambda \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

Estos puntos que vibran con una amplitud doble de la inicial se llaman vientres (interferencia constructiva) y verifican que la diferencia de distancias es un múltiplo de la longitud de onda.

-----PRINCIPIO DE HUYGENS-----

Cuando una onda se propaga por cualquier medio, aparecen en todo instante ciertos puntos que empiezan simultáneamente a tomar parte en el movimiento. Llamamos frente de ondas a la superficie que contiene todos los puntos que en el mismo instante son alcanzados por la perturbación.

El principio de Huygens establece que todo punto de un frente de ondas puede considerarse como un centro de perturbación, del cual salen ondas elementales exactamente iguales a las del centro original, y en todo instante el nuevo frente de ondas es el que abarca a todas estas ondas elementales.



Cualquier punto que esté entre A y B, por ejemplo, c, d, e, lo podemos considerar nuevo centro de vibración del que salen ondas, y el nuevo frente es la línea que envuelve a todas las nuevas ondas.

Este principio es muy importante, porque permite explicar fenómenos como la difracción, la reflexión o la refracción.

-----PERIODO DE UN MOVIMIENTO-----

Todos los fenómenos que se reproducen, idénticos entre sí, a intervalos de tiempo iguales se denominan fenómenos periódicos (o cíclicos): los latidos del corazón, el flujo y reflujos de las mareas, el vaivén del péndulo de un reloj, el retorno regular del Sol a un mismo punto del cielo, etc.

Se da el nombre de período al tiempo que transcurre entre dos reapariciones del fenómeno; este tiempo -que se designa clásicamente por la letra T- caracteriza el fenómeno y puede medirse -con cuidado- con ayuda de un cronómetro.

Imaginemos un automovilista dando vueltas a un circuito; si marcha en forma regular, pasará por la línea de meta a intervalos regulares, realizando cada vuelta en tiempos muy parecidos. Supongamos que su "cuadro de marcha" sea el siguiente:

Vueltas	Tiempos
1. ^a Vuelta	2mn 20s 3 /10
2. ^a "	2mn 20s 4 /10
3. ^a "	2mn 20s 1 /10
4. ^a "	2mn 20s 1 /10
5. ^a "	2mn 19s 9 /10
6. ^a "	2mn 20s 3 /10
7. ^a "	2mn 20s 3 /10
8. ^a "	2mn 20s 8 /10
9. ^a "	2mn 20s 6 /10
10. ^a "	2mn 20s 6 /10
Total : 20mn 199 s 50 / 10	
o sea : 1404 s	

Podemos hacer caso omiso de las décimas de segundo, en más o en menos, y decir que nuestro corredor (y su coche) están animados de un movimiento periódico de período:

$$T = 2 \text{ min } 20\text{s} = 140\text{s}$$

Podemos establecer también una "media" de los resultados registrados, y decir que el período medio es:

$$T = 1.404 : 10 = 140,4$$

Añadamos una observación: si el cronometrador aprieta el botón de su cronómetro con 1/10 de segundo de retraso (o de adelanto), puede cometer en total un error máximo de

2/10 s por vuelta. Por lo tanto, la exactitud de su medición, en una sola vuelta, no es muy exacta.

Por el contrario, si pone en marcha su cronómetro a la partida y lo para a la llegada de la 10ª vuelta, su error global seguirá siendo de 2/10 s, pero afecta a diez vueltas y no a una sola: El error cometido en la medición del período queda dividido por 10 y es del orden de 2/100 s.

Por tanto, cuando se quieran realizar mediciones de período exactas, será preciso considerar no una "vuelta" completa (o una "oscilación" completa) sino varios centenares, dado que los errores se dividen por el número de períodos contados.

En el caso de un movimiento de vaivén, es preciso especificar que el período T corresponde a un trayecto completo (ida y vuelta) del móvil.

Un centinela que marca el paso entre dos garitas, A y B, realiza los trayectos siguientes (damos los tiempos para precisar el concepto):

ida de A hacia B.....	20s
media vuelta en B.....	2s
vuelta de B hacia A.....	20s
media vuelta en A.....	2s
período T (total).....	<u>44s</u>

También puede medirse el período anotando dos pasadas del centinela por el punto O, centro de AB, en el mismo sentido; de este modo, tendremos:

trayecto OB.....	10s
media vuelta en B.....	2s
trayecto BA.....	20s
media vuelta en A.....	2s
trayecto AO.....	10s
período T (total).....	<u>44s</u>

Así, pues, poco importa que nos situemos en A, en O o en cualquier otro punto, para medir el período: lo esencial es que las dos pasadas consecutivas tengan lugar en el mismo sentido. En el caso de un movimiento vibratorio, los "tiempos muertos" correspondientes a los cambios de sentido no existen: se produce un cambio instantáneo de sentido.

Muchos de los fenómenos observables en nuestro mundo son cíclicos. Así, podemos comprobar que nuestro corazón, mientras permanecemos en reposo, late con movimiento periódico .

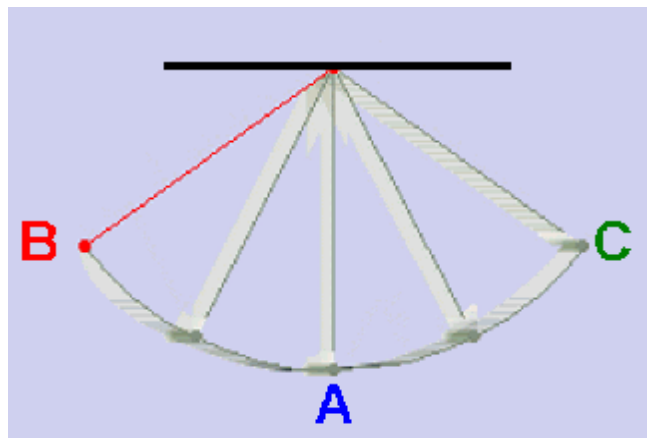
La tierra gira sobre sí misma con un período de 24 horas, y lo hace alrededor del sol con un período de 1 año .

Las mareas se producen a intervalos regulares, y si la dirección y la velocidad del viento no cambian, las olas rompen contra la playa a intervalos constantes .

Otros ejemplos de movimiento cíclico son el movimiento circular de un ventilador , el vaivén del péndulo de un reloj , o las señales intermitentes de un faro .

-----EL PENDULO-----

Uno de los primeros movimiento periódicos que estudiaron los físicos, fue el movimiento pendular.



El péndulo soltado en B, pasa por A, sube hasta C, desciende de nuevo, pasa otra vez por su posición de equilibrio A, vuelve hasta B y así sucesivamente .

Nos encontramos en el caso del ejemplo del centinela que marcaba el paso, con la diferencia de que los giros en B y C se realizan sin pérdida de tiempo, instantáneamente.

En este caso, también el período T es el intervalo de tiempo que separa dos pasadas consecutivas en el mismo sentido (por ejemplo, de la izquierda hacia la derecha) por la posición de equilibrio OA; este período corresponde a un trayecto completo u oscilación AC - CA - AB - BA, es decir, a una ida y vuelta BC - CB.

-----FRECUENCIA-----

La frecuencia es el número de períodos por unidad de tiempo (por segundo, en los usuales sistemas de unidades).

$$N = \frac{1}{T}$$

Volvamos al ejemplo del corredor automovilista. Este realiza una vuelta completa al circuito en 140 s; por tanto, en 1 s lleva a cabo 1/140 de vuelta; diremos que la frecuencia de su movimiento vale 1/140 ó 0,0071.

A la inversa, si se conoce la frecuencia de un movimiento, se puede calcular su período: si la publicidad técnica de una marca de automóviles anuncia que, al máximo de su potencia, el motor gira a 5.400 revoluciones/min, esto significa que:

- su frecuencia N vale $5.400/60 = 90$ (hay 60 s en un minuto);
- su período T vale: $T = 1/90 = 0,0111... \text{ s}$.

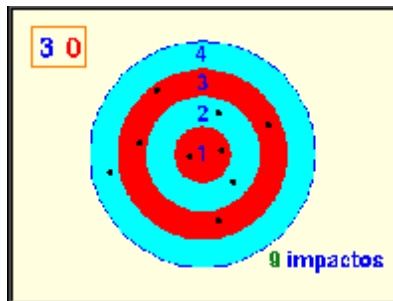
En general, tenemos las dos relaciones:

$$N = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{N}$$

En el sistema S.I., las frecuencias se miden en hertzios, en homenaje al físico alemán Gustav Hertz (nacido en 1887), quien estudió en particular los movimientos vibratorios y descubrió las ondas hertzianas (ondas radio).

Imagina que con una ametralladora disparamos a una diana durante 3 segundos.



Si calculamos la frecuencia de disparo de la ametralladora, comprobamos que efectúa $9/3 = 3$ disparos por segundo.

Por tanto, su frecuencia es $N = 3$ Hz, es decir, tres repeticiones del suceso cíclico cada segundo .

Se está igualmente informado sobre un movimiento tanto si se conoce su frecuencia como su período; los movimientos lentos suelen definirse por su período (que es grande), y los movimientos rápidos por su frecuencia (que es tanto mayor cuanto menor es el período).

La letra N, que designa el período, se sustituye a menudo por su equivalente griega n, "nu", especialmente en óptica ondulatoria.

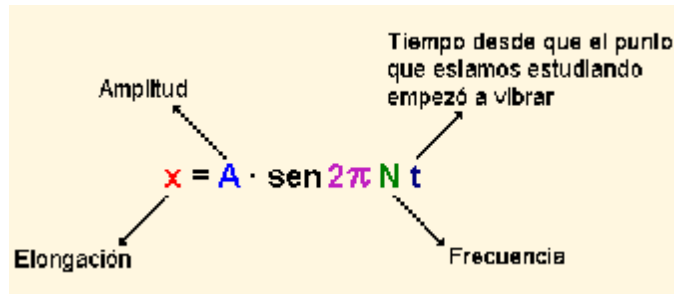
-----AMPLITUD-----

Cuando un punto oscila en torno a una posición de equilibrio, o cuando un cuerpo o un sistema material cualquiera pasa por diferentes estados (mensurables, como longitud, presión, etc.) que oscilan en torno a un estado "central", recibe el nombre de amplitud la situación del sistema más alejada del estado que sirve como estado-referencia.

En el caso del centinela que recorre la distancia entre dos garitas, si se escoge el centro O del camino AB como origen del movimiento, la amplitud es la distancia OA (u OB); para el péndulo, es el ángulo θ que forma el hilo OB (u OC) con la posición de equilibrio OA, pero también puede ser la longitud del arco AB (o AC), la altura del punto B (o del punto C) sobre el suelo, etc. .

En un fuelle con el que se aviva el fuego, la amplitud puede ser la separación de los dos fondos, pero también la presión máxima del aire que sale por la tobera, etc.

Más exactamente, la amplitud es la constante A de la siguiente ecuación:



-----REPRESENTACION DE UN MOVIMIENTO PERIODICO-----

Vamos a llevar a nuestros lectores a una sala de juego donde se encuentra, sentado a una mesa de bacarrá, un jugador fantástico: juega a una velocidad extraordinaria y con una regularidad diabólica (para las necesidades de nuestro ejemplo).

En el tiempo cero de un cronómetro (consultado con irritación por su esposa, que no juega y está reducida al papel de espectadora), el jugador posee cero francos; al cabo de 15 segundos, ha ganado 1.500 F, que vuelve a perder en los 15 segundos siguientes, para encontrarse de nuevo con cero francos en el instante $t = 30$ s; al ser las cartas cada vez peores, al cabo de 45 segundos tiene una deuda de 1.500 F; la situación se endereza en los 15 segundos siguientes, y nuestro jugador se encuentra de nuevo en cero, para ganar otra vez 1.500 F al cabo de 1 min 15 s, y así sucesivamente.

Características del fenómeno	Símbolo	Definición
■ Periodo	T	Intervalo de tiempo que separa dos apariciones sucesivas idénticas del fenómeno (por ejemplo: dos pasadas de un móvil por el origen del movimiento, consecutivas y en el mismo sentido).
■ Frecuencia	N o f	Número de periodos por unidad del tiempo. Si la unidad es el segundo, N se mide en hercios.
■ Pulsación	ω	La cantidad (se puede ser radianes) ■ $\omega = 2\pi \cdot N = \frac{2\pi}{T}$
■ Amplitud	Variable	El valor máximo del fenómeno. Para un movimiento: la distancia máxima respecto al origen del movimiento.

No hay que ser un gran contable para comprobar que la fortuna de este jugador es un fenómeno periódico: el período es $T = 60$ s, la frecuencia $1/60$ y la amplitud 1.500 F .

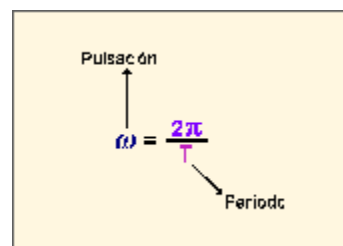
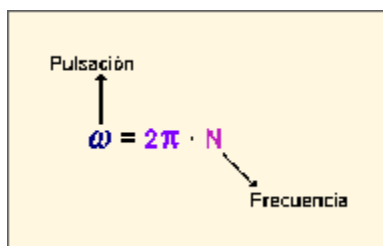
La esposa del jugador ya no tiene necesidad de mirar cómo juega su marido para saber el estado de su fortuna en un momento dado, sólo tiene que consultar su cronómetro; a

cada nuevo segundo, el jugador gana (o pierde) 100 F y el ángulo que describe la manecilla al girar (o el número de segundos que marca el cronómetro) le informa de inmediato. Según el cuadrante en que se encuentra la manecilla, incluso puede saber en qué fase se encuentra su marido (si está perdiendo, o ganando) .

Por consiguiente, es posible caracterizar el fenómeno por el ángulo que describe la manecilla: una vuelta completa (360°) corresponde a un período T; para N vueltas en un segundo, la manecilla describe un ángulo ω ("omega") igual a N veces 360° . Aquí, con $N = 1/60$, tenemos:

$$\omega = 360 \cdot N = \frac{360}{60} = 6$$

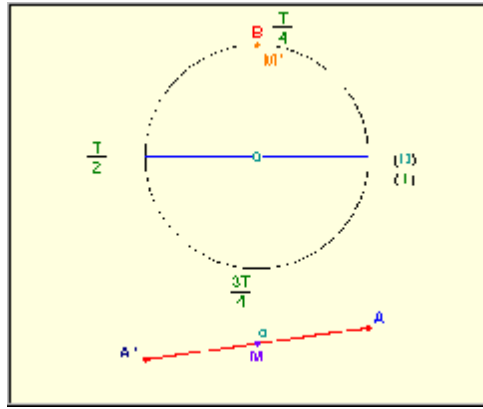
Esta magnitud ω recibe el nombre de pulsación del fenómeno, y suele expresarse en radianes por segundo. Dado que $360^\circ = 2\pi$ radianes = 6,28 rd, tenemos:



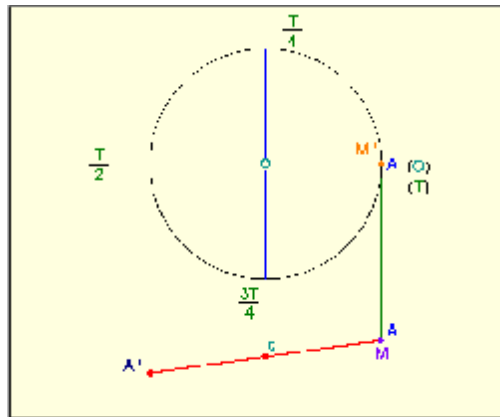
, o también

Un caso

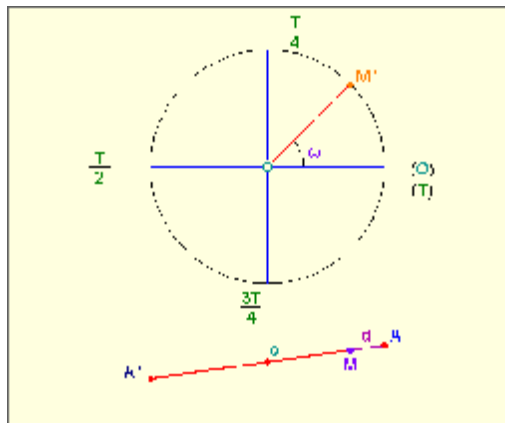
- Sea un movimiento vibratorio efectuado por un móvil M en torno a su posición de equilibrio O, entre dos puntos A y A';
- A cada posición de M en el segmento M' corresponde un punto M' en el círculo asociado al movimiento.



- En este círculo, B y B' corresponden a los pasos de M por el punto O, centro del segmento (posición de equilibrio), y A y A' a la amplitud del movimiento .



- En una unidad de tiempo (1 s, por ejemplo), el punto M se desplaza una distancia d en el segmento y el punto M' describe un ángulo ω (pulsación) en el círculo.



- Si la frecuencia es inferior a 1, la cantidad $\omega = 2N$ es menor que 2π : puede representarse sin ambigüedad sobre el círculo ; si la frecuencia es superior a 1, la pulsación ω corresponde a varias vueltas de círculo (y no necesariamente a un número exacto de vueltas).

La corriente eléctrica alterna distribuida a las viviendas suele ser una corriente periódica de frecuencia $N = 50$; esto significa que, 50 veces por segundo, la intensidad de esta corriente recobra su mismo valor. La pulsación ω vale:

$$\omega = 2\pi \cdot N = 2\pi \cdot 50 = 314$$

Otro ejemplo: una nota que da un diapason normal, es una vibración de frecuencia $N = 870$ (para los músicos, puesto que los físicos adoptan un diapason algo más grave: $N = 864$ hertzios).

La pulsación de un sonido de esta especie (que es el de la segunda cuerda del violín) es $\omega = 5.463,6$ (870 vueltas de círculo).

-----ECUACION DE MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE-----

Vamos a dar aquí un resumen que no exige más conocimientos que la definición de la función seno; recordemos que a todo valor x (que represente radianes, grados sexagesimales o grados centesimales) se le puede hacer corresponder un número, denominado seno de la cantidad x ($\text{sen } x$).

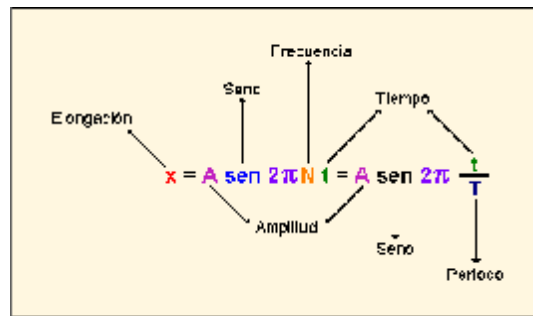
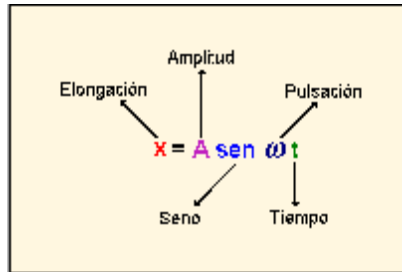
Esta función seno viene dada por tablas numéricas (tablas trigonométricas). En la exposición siguiente, no tendremos necesidad de saber sus diferentes valores; será suficiente recordar que $\text{sen } x$ es siempre inferior, en valores absolutos, a 1, y que:

$$\text{sen } \frac{\pi}{2} = 1 ; \text{sen } \pi = 0 ; \text{sen } \frac{3\pi}{2} = -1$$

La función es periódica, es decir, que vuelve a pasar por los mismos valores para dos valores x que difieran en $2k\pi$.

La función $\sin x$ puede representarse por una curva, denominada senoide .

Todo fenómeno periódico simple de amplitud A y de pulsación ω puede representarse bajo la forma:



o, dado que :

(No todos los fenómenos periódicos son simples; sin embargo, pueden descomponerse en funciones simples sinusoidales, como la que acabamos de describir, por medio de la aplicación de un importante teorema llamado teorema de Fourier.)

Esta ecuación no tiene nada de misterioso.

Supongamos que el fenómeno estudiado sea el movimiento de un punto M a una y otra parte de su posición de equilibrio O , sobre un segmento $A'A$ que mida 10 cm de largo.

Lo periódico es la posición del punto M con respecto a O , designado por la letra x y que puede adoptar cualquier valor entre -5 cm (hacia la izquierda) y +5 cm (hacia la derecha).

Esta posición (denominada elongación del punto M) depende del tiempo t y de la frecuencia del movimiento.

Supongamos que M realiza 10 oscilaciones por segundo (diez vaivenes); tendremos:

$$A = 5 \text{ (cm)}$$

$$N = 10, \text{ de donde } w = 2\pi \times 10 = 62,8 \text{ (ó } 20\pi).$$

La ecuación del movimiento de M se representa:

$$x = 5 \text{ sen } 62,8 t$$

(a condición de medir la x desde el punto O, y de dar un valor positivo a la derecha de este punto y un valor negativo a la izquierda).

El período del movimiento es $T = 0,1$ s; por tanto, en los tiempos 0; 0,1; 0,2; 0,3; etc., el punto M está en O; busquemos, por ejemplo, en qué momento el móvil estará en A.

Debemos definir $x = 5$ cm, de donde:

$$5 = 5 \text{ sen } 20\pi t$$

cosa que sólo es posible si el factor $\text{sen } 20\pi t$ es igual a 1.

Ahora bien, un seno es igual a 1 cuando el ángulo vale $\pi/2$ (90°), ó $\pi/2 + 2\pi$, $\pi/2 + 4\pi$, etc..

Para simplificar las cosas, consideremos el primer caso; es preciso, pues, que:

$$20\pi t = \frac{\pi}{2} \left(\text{o } 20t = \frac{1}{2} \right)$$

y $t = 1/40$ de segundo.

Por consiguiente, el móvil se encontrará en A al cabo de un cuarentavo de segundo, después, volverá a encontrarse allí 0,1 s más tarde, es decir; al tiempo (en segundos) $t = 1/40 + 0,1$, y así sucesivamente en los tiempos: $1/40 + 0,2$; $1/40 + 0,3$; $1/40 + 0,4$, etc..

A la inversa, si queremos saber dónde se encontrará el móvil en el tiempo $t = 0,07$ s, es suficiente sustituir t por su valor en la ecuación del movimiento, y obtendremos:

$$x = 5 \text{ sen } (20\pi \cdot 0,07) = 5 \text{ sen } 1,4\pi$$

A continuación buscamos en una tabla trigonométrica, y encontramos: $\sin 1,4 \text{ p} = \sin 252^\circ = -0,95$, de donde:

$$x = -4,75 \text{ cm.}$$

Dicho en otra forma, siete centésimas de segundo después de la partida, el punto M ha tenido tiempo de ir hasta A y regresar a O; se encuentra entonces a la izquierda de este punto, a una distancia de 4,75 cm..

-----ESTUDIO EXPERIMENTAL DE UN MOVIMIENTO VIBRATORIO-----

Algunos sistemas vibratorios son bastante fáciles de estudiar. Este es el caso del movimiento de un péndulo cuyo período no sea excesivamente corto.

Por el contrario, existen sistemas materiales vibrantes que el ojo humano no puede percibir: Si se golpea un diapasón contra una mesa, la punta de éste vibra, pero la amplitud es tan débil, y la frecuencia tan grande, que no podemos darnos cuenta de ello de visu.

Lo mismo sucede con las vibraciones de una cuerda de piano o de guitarra: nuestro oído nos informa de la existencia de una vibración a partir de la cuerda, pero nuestros ojos apenas pueden ver cómo vibra ésta.

Para observar un movimiento vibratorio, es necesario poder registrarlo gráficamente y hacerlo más lento (en apariencia); por consiguiente, es muy adecuado filmarlo dando una velocidad determinada a las imágenes.

De esta forma es como proceden los técnicos que quieren estudiar el comportamiento del elemento vibrante de una máquina. En el laboratorio se emplean diversos procedimientos de retardación aparente, el más usual de los cuales es el método estroboscópico.

El observador se sitúa dentro de una habitación oscura (cámara negra) e ilumina el sistema vibrante con ayuda de una linterna de proyección, ante cuyo objetivo se hace girar un disco obturador que tiene unas pequeñas aberturas equidistantes, con lo que se logra la obtención de breves destellos de luz.

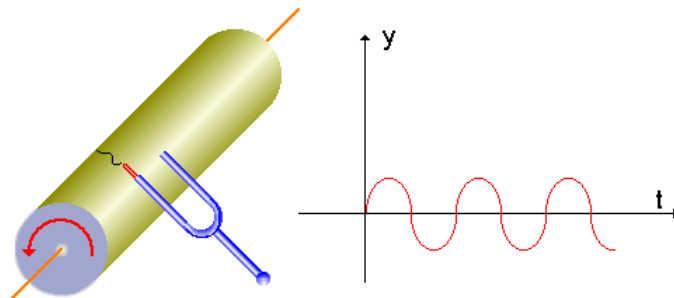
Si la frecuencia de los destellos (N') es igual que la frecuencia (N) del movimiento estudiado, el cuerpo vibrante queda siempre iluminado en la misma posición, puesto que ha transcurrido un período entre dos destellos consecutivos ($N = N'$; por consiguiente, $T = r$), y, por tanto, el cuerpo vibrante parece inmóvil.

Pero, si N' es ligeramente inferior a N ($N' = N - n$), el período de los destellos es algo mayor que el de las vibraciones, y el sistema queda iluminado en posiciones sucesivas ligeramente separadas; no se encuentra de nuevo la posición inicial hasta que las vibraciones han ganado un período a los destellos, es decir, después de n períodos.

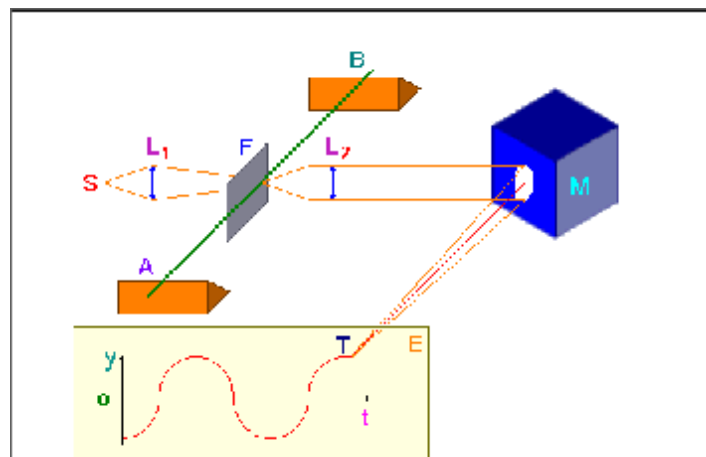
En virtud de la persistencia de las impresiones luminosas, se ve cómo vibra lentamente el cuerpo, con una frecuencia igual a n .

Por ejemplo, si se efectúa la estroboscopia de un movimiento de frecuencia $N = 120$, con un disco que tenga 10 aberturas, y si imprimimos a este disco una velocidad de 11,98 vueltas/segundo, obtendremos destellos de frecuencia $N' = 119,8$; y por tanto, $n = 0,2$: el cuerpo que vibra parece efectuar un período en 5 segundos ($1/0,2 = 5$).

Existen muchos otros medios para estudiar experimentalmente un movimiento vibratorio.



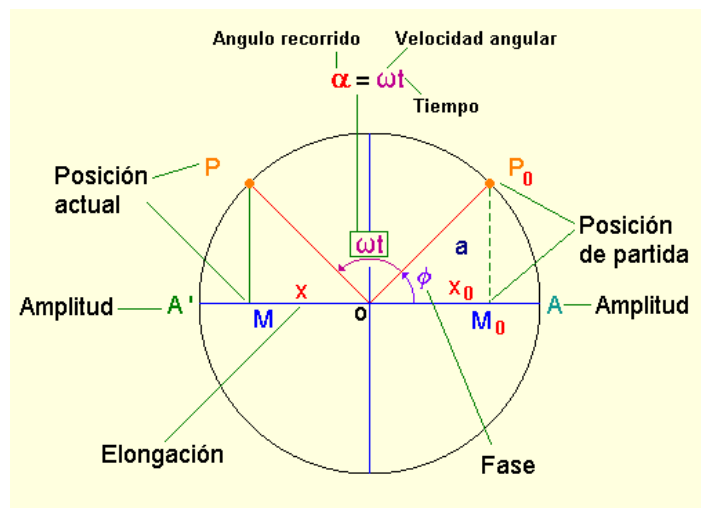
Las vibraciones del diapasón se transmiten a un estilete inscriptor que vibra paralelamente al eje del cilindro; éste gira en torno al eje, y el estilete inscribe la representación gráfica del movimiento sobre una hoja recubierta de humo, que envuelve



el cilindro.

Si hacemos un estudio óptico de una cuerda vibrante, la cuerda AB vibra ante la ventana F, iluminada por el foco luminoso S, y la imagen de la cuerda en el espejo giratorio M se recibe finalmente en la pantalla E.

-----MOVIMIENTO RECTILINEO SINUSOIDAL-----

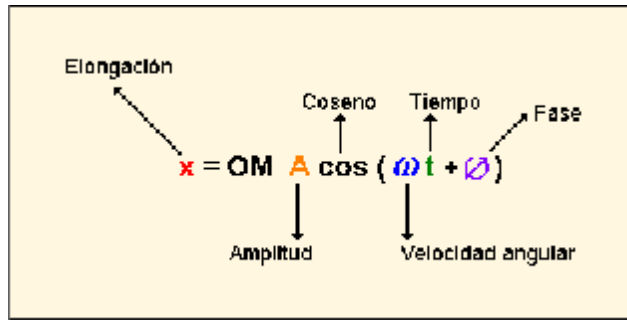


Es el movimiento de un punto M a uno y otro lado de una posición central O, sobre un segmento rectilíneo A'A. Puede considerarse como la proyección sobre un diámetro del movimiento de un punto P sobre un círculo de diámetro A'A .

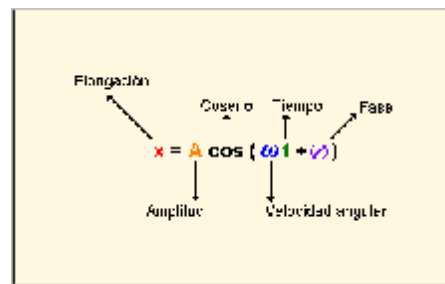
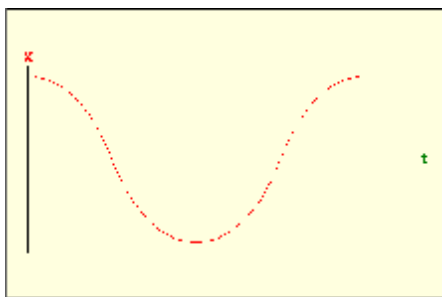
La frecuencia N del movimiento sinusoidal está ligada a la velocidad angular w del movimiento circular asociado por la relación:

$$\omega = 2\pi N$$

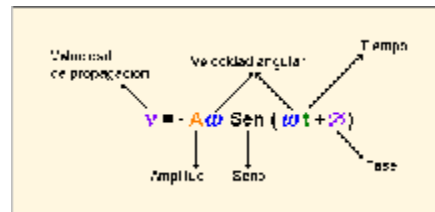
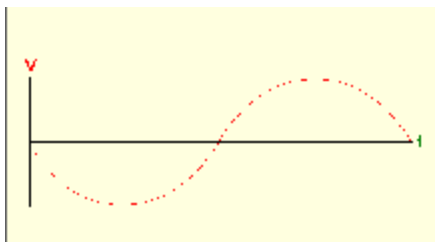
Sea P el móvil animado del movimiento circular asociado, Po su posición en el instante $t = 0$, Φ el ángulo que forma el radio vector OP_0 con el radio OA , y M_0 la posición del móvil en el tiempo $t = 0$. El ángulo Φ se denomina la fase del movimiento rectilíneo sinusoidal; es igual a cero si, en el tiempo $t = 0$, el punto M está en O .



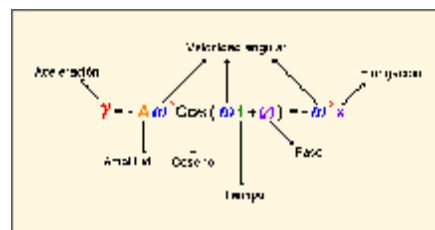
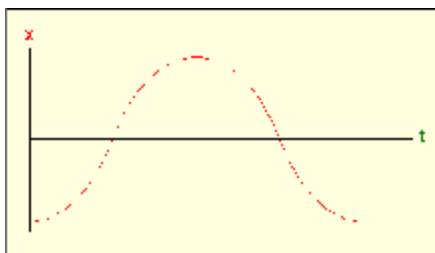
Si denominamos a la amplitud del movimiento sinusoidal ($OA = a$), las ecuaciones que caracterizan el movimiento de M son:



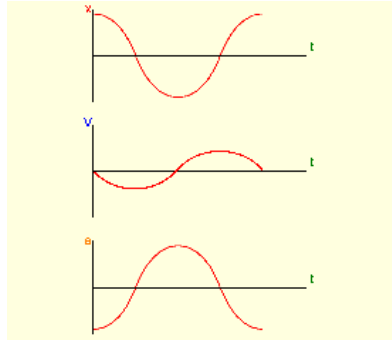
(elongación)



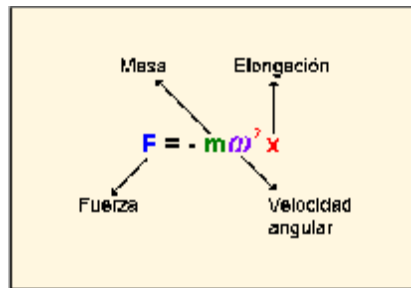
(velocidad)



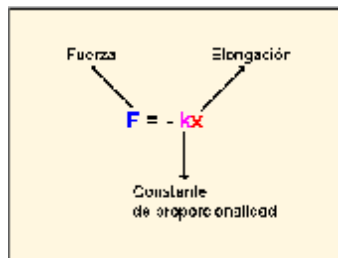
(aceleración)



Se observa que la aceleración es proporcional a la elongación; según el principio fundamental de la dinámica, la fuerza F , que produce el movimiento, es una fuerza proporcional a la elongación y, dado que el coeficiente de proporcionalidad es negativo, es una fuerza de recuperación de forma:

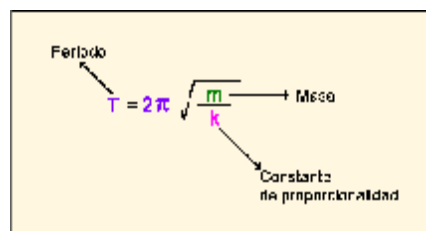


Todo punto de masa m atraído hacia un punto O por una fuerza:



(ley de Hooke)

está animado por un movimiento oscilatorio simple de período:



-----OSCILADOR ARMONICO-----

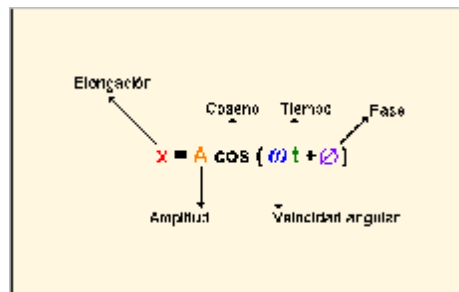
Se da este nombre a todo sistema en el que la posición x viene dada por una ecuación de la forma:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

x puede ser una longitud, un ángulo, etc. La solución general de esta ecuación es:

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$A = a \cos \phi \quad \text{y} \quad B = a \sin \phi$$



o, estableciendo:

Se reconoce la ecuación de un movimiento sinusoidal (vibratorio simple) en torno a la posición de equilibrio $x = 0$.

Causa operante	$F = -kx$	Par : $-C\theta$
Naturaleza del movimiento	Rectilino : x	Rotación : θ
Coefficiente de inercia	Masa : m	Momento de inercia : J
Período	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{C}{J}}$
Energía cinética	$\frac{1}{4} ka^2(1 - \cos 2\omega t)$	$\frac{1}{2} J\omega^2$
Energía potencial	$\frac{1}{4} ka^2(1 + \cos 2\omega t)$	$\frac{1}{2} C\theta^2$
Ecuación	$x = a \cos(\omega t - \phi)$	$\theta = \theta_0 \cos(\omega t - \phi)$

Ejemplos de osciladores armónicos

Una masa m , unida por un muelle a un punto fijo y puesta en movimiento por una tracción ejercida sobre el muelle, cuya elongación es proporcional a la tracción (cuando las espiras del muelle están comprimidas, x es negativo; cuando están estiradas, x es positivo);

Un sólido móvil en torno a un eje $z'z$, cuyo desplazamiento con respecto al eje es J y que es solicitado por un par de recuperación, proporcional al ángulo de separación θ con respecto a la posición de equilibrio (par $-C\theta$, donde C designa la constante de torsión).

Añadamos que existen osciladores armónicos "aproximados" : es el caso del péndulo (simple o compuesto); el par de recuperación es proporcional a $\sin \theta$.

$$\Gamma = - Mga \sin \theta$$

pero si θ es pequeño, $\sin \theta \approx \theta$, y nos vemos conducidos a la ecuación lineal:

$$J\theta'' + Mga\theta = 0 \text{ (par que actúa : } Mga\theta)$$

-----OSCILACIONES CON ROZAMIENTOS-----

Aunque, en teoría, las vibraciones de un oscilador deberían proseguir indefinidamente, en la práctica siempre existen fuerzas de rozamiento que tienen tendencia a frenar y después a suprimir el movimiento. Un péndulo que oscila en el aire acaba por pararse a causa del frenado provocado por la resistencia del aire y de los rozamientos sobre el eje de rotación.

En el caso de oscilaciones rectilíneas, a la fuerza que actúa, $F = -kx$, se superpone la fuerza de rozamiento, $F = -k'x'$ (donde x' es la derivada de x con respecto a t), y la ecuación del movimiento pasa a ser:

$$mx'' + k'x' + kx = 0$$

Masa

Constantes

Segunda derivada de la elongación respecto al tiempo

Primera derivada de la elongación respecto al tiempo

Elongación

En el caso de oscilaciones armónicas en torno a un eje, debidas a la acción de un par $-C\theta$, los rozamientos corresponden a un par $-C'\theta'$, y la ecuación del movimiento es:

$$J\theta'' + C'\theta' + C\theta = 0$$

Denominando ω_0 a la pulsación de las oscilaciones en ausencia de rozamientos, las ecuaciones

$$m\ddot{x} + k_1\dot{x} + k_2x = 0 \quad \wedge \quad J\ddot{\theta} + C_1\dot{\theta} + C_2\theta = 0$$

se escriben:

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

estableciendo

$$r = \frac{1}{\lambda} = \begin{cases} \frac{2m}{k'} & \text{en el caso de una traslación.} \\ \frac{2J}{C'} & \text{en el caso de una rotación.} \end{cases}$$

λ recibe el nombre de constante de amortiguamiento, su inversa t es la constante de tiempo del oscilador que se denomina oscilador amortiguado.

Si la ecuación

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

admite raíces completas, el movimiento es oscilatorio amortiguado; si las raíces son reales y distintas, el movimiento es periódico; si las raíces son iguales, se habla de amortiguamiento crítico.

-----OSCILACIONES FORZADAS-----

Cuando un péndulo es separado de su posición de equilibrio y se suelta, el péndulo oscila con un período que sólo depende de su longitud y del valor de g en el lugar del experimento.

Este peculiar período recibe el nombre de período propio del péndulo. Todo sistema oscilante también posee un período propio T .

Pero es posible impulsar el péndulo en cuestión por medio de un motor o de otro movimiento periódico de período T' : decimos entonces que el péndulo efectúa oscilaciones forzadas.

Podemos tener una imagen concreta del fenómeno si imaginamos un columpio al que separamos de su posición de equilibrio y después lo soltamos: el columpio oscila con un período T (vamos a suponer que los rozamientos no amortiguan las oscilaciones).

Si, a uno y otro lado del columpio, situamos a dos personas encargadas de "acortar" el balanceo, es decir, de frenar el impulso del columpio y de empujarlo de inmediato hacia el otro experimentador, estas dos personas tendrán que realizar esfuerzos considerables para imponer el período T' al sistema; es decir, deberán ceder al sistema una energía que será máxima cuando T sea igual a T' .

Si se hace oscilar un sistema, las oscilaciones disminuyen gradualmente a consecuencia de algún tipo de disipación de la energía.

Tanto la amplitud como la energía de las oscilaciones disminuyen exponencialmente a lo largo del tiempo. Para mantener un sistema oscilando, es necesario suministrarle alguna fuerza.

Cuando esto se lleva a cabo, se dice que el oscilador es forzado.

-----RESONANCIA-----

Cuando $T = T'$, se dice que existe resonancia. Unos experimentos sencillos pueden poner en evidencia este fenómeno extremadamente importante.

Alineemos sobre una mesa unas copas, preferentemente de cristal y de tamaños diversos.

Si damos un ligero golpe a una de estas copas, se produce un sonido provocado por la vibración del cristal, que, por tanto, es asimilable a un oscilador; cada copa produce un sonido diferente, puesto que cada una de ellas tiene su propio período, que es algo más difícil de calcular que en el caso de un péndulo simple, pero que, sin embargo, puede conocerse por diversos medios.

Denominemos T_1 , T_2 , T_3 , etc., a los períodos propios de las copas alineadas encima de la mesa, y acerquemos a cada una de ellas un diapasón que habremos puesto en vibración mediante un ligero golpe.

El diapasón también es un oscilador, y tiene su período propio (en principio, $1/435$ segundos).

Vamos a comprobar que, si hay una copa de período propio igual a T , entra espontáneamente en vibración y amplifica el sonido del diapasón, mientras que el fenómeno no se produce en las otras.

¿Qué ha sucedido? La copa ha entrado en resonancia al transmitirle el medio ambiente (el aire) las vibraciones del diapasón que tiene la misma frecuencia que ella; las demás copas también han recibido las excitaciones del diapasón, pero, como su período propio difiere del período del excitador, han permanecido mudas.

Este fenómeno de resonancia es general. Cada vez que un oscilador de período propio T está cerca de un excitador de período T' , si $T = T'$, se produce la resonancia y el oscilador vibra a su vez (se le da el nombre de resonador).

Para averiguar la frecuencia propia de un sistema, es suficiente, pues, excitarlo con ayuda de osciladores variados de frecuencia conocida: cuando el resonador que se estudia entra en vibración al contacto de uno de los excitadores de frecuencia N , sabremos su frecuencia propia.

Un motor es un sistema vibrante, que transmite sus vibraciones al bastidor sobre el que está montado: si el período propio de este bastidor es igual al del motor, el bastidor se comportará como un resonador y, a su vez, se pondrá a vibrar.

El fenómeno es muy patente en un automóvil: la resonancia sólo tiene lugar en un período perfectamente determinante del motor, es decir, a cierta velocidad solamente, y desaparece a velocidades inferiores o superiores.

Lo mismo ocurre con ciertas piezas susceptibles de ponerse en vibración, como el cigüeñal: es indispensable que, en todas las velocidades, el período propio de este órgano sea distinto del período del motor; de lo contrario, se corre el peligro de que se rompa.

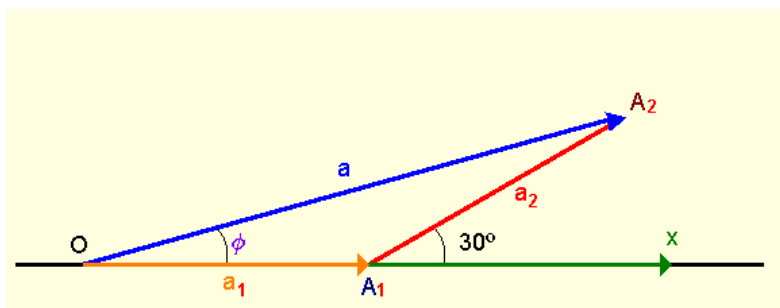
El puente colgante. Si una tropa militar atraviesa un puente colgante marcando el paso, y si la frecuencia del "un-dos" es igual a la frecuencia propia del puente, éste se pondrá a oscilar, quizá peligrosamente.

Otro ejemplo: la absorción de radiaciones por ciertos cuerpos; se observará que la luz es un fenómeno vibratorio. Cuando la frecuencia propia de una luz es igual a la frecuencia propia de las partículas que forman el cuerpo, éstas entran en resonancia y absorben la energía transportada por la radiación luminosa, que, en cierta manera, queda extinguida (apagada) por el cuerpo.

Añadamos, por último, que el fenómeno de resonancia no es únicamente mecánico, es decir, ligado tan sólo al movimiento. Todo fenómeno periódico (por ejemplo, una corriente eléctrica alterna) puede entrar en resonancia si es excitado por un fenómeno de la misma naturaleza y de igual período propio.

-----SUPERPOSICION DE DOS OSCILACIONES DE IGUAL PERIODO-----

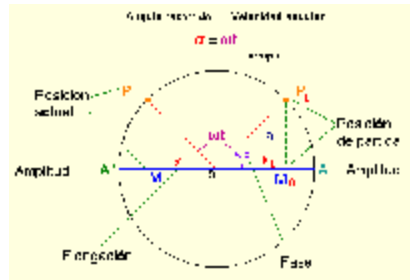
Supongamos que hacemos oscilar, en torno a su posición de equilibrio, un punto M con la amplitud a_1 y el período T, y que sometemos el mismo punto M a otro movimiento de igual dirección y de amplitud a_2 . El punto M tendrá un movimiento resultante, que será la combinación de estos dos movimientos .



Nos planteamos la cuestión de determinar este movimiento resultante, es decir, de calcular su amplitud, y de determinar cuál es la variación con respecto al movimiento inicial.

El matemático y físico francés Augustin Fresnel (1788 - 1827) definió un método muy elegante y simple para resolver este problema: recibe el nombre de construcción de Fresnel.

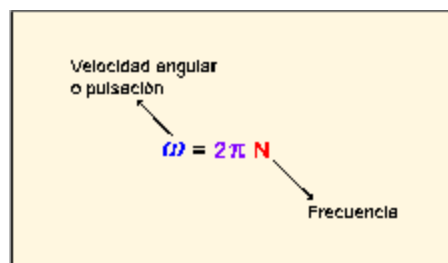
Antes de pasar a explicarlo, debemos recordar una definición que ha sido dada en la parte matemática de la exposición precedente: la definición de la fase de un movimiento vibratorio.



Hemos comprobado que es posible representar un movimiento vibratorio en una gráfica circular cuyo centro sea la posición de equilibrio del móvil, y cuyo radio mida la amplitud del movimiento; al móvil M está asociado el punto P en el círculo, y el movimiento circular de P es el movimiento asociado al movimiento vibratorio de M . La frecuencia del movimiento de M está ligada a la velocidad angular de P , por la relación:

$$\text{Velocidad angular} = \text{frecuencia} \cdot 2\pi$$

Esta velocidad angular es la pulsación del movimiento vibratorio y, por tanto, se representa:



Si en el tiempo $t = 0$ el punto M se encuentra en A , el punto asociado se encontrará en A sobre el círculo asociado; si en el tiempo $t = 0$ el punto M se encuentra en un punto M_0 , diferente de A , el punto asociado P_0 se encontrará en un punto del círculo definido por el ángulo que forman los radios OA y OP_0 . Este ángulo recibe el nombre de fase del movimiento, y se designa habitualmente por la letra griega ϕ ("fi").

Si comparamos dos movimientos, podremos hablar incluso de su diferencia de fase: si los dos movimientos comienzan al mismo tiempo y se realizan en el mismo sentido, la diferencia de fase es nula (es lo que sucede cuando dos personas andan con el mismo paso; ambas avanzan el pie derecho al mismo tiempo, tienen el pie izquierdo en el aire al mismo tiempo, etc.).

Si los dos movimientos se inician a destiempo, de forma que cuando uno es máximo el otro es mínimo, y a la inversa, se dice que están en oposición de fase uno respecto al otro (el ángulo ϕ vale entonces 180° , o sea, π radianes). En los demás casos se hablará de un avance de fase, o de un retardo de fase, de un movimiento respecto al otro.

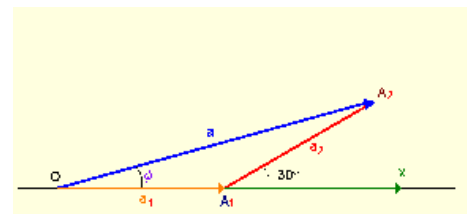
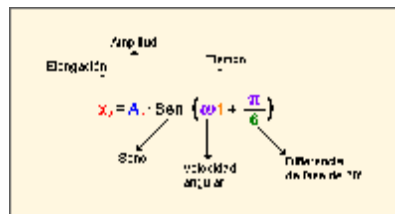
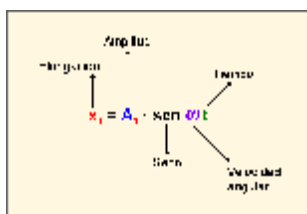
La construcción de Fresnel consiste en representar un movimiento vibratorio por medio de un vector de magnitud proporcional a la amplitud del movimiento, y que forma un ángulo ϕ con una dirección de base tomada como origen de las fases (en general, esta dirección será la dirección de la fase OPO del primer movimiento considerado); estos ángulos se cuentan positivamente por encima de la dirección de origen, y negativamente por debajo de esta dirección.

La composición de dos movimientos se convierte entonces en un juego de niños, a condición de suponer que se trata de movimientos síncronos, es decir, que tienen el mismo período T. Supongamos que la vibración de M en torno a un punto O se realice sobre una recta Ox, con una amplitud a_1 , y que se superponga a la primera una vibración de amplitud a_2 , según la misma recta, pero con una diferencia de fase de 30° .

Construiremos el vector \vec{a}_1 , que representa el primer movimiento; su magnitud es a_1 . Después, trazaremos a partir de \vec{a}_1 el vector \vec{a}_2 , cuyo módulo es a_2 y que forma un ángulo de 30° con \vec{a}_1 . El vector \vec{a} es representativo del movimiento resultante; su longitud, que se puede medir con un doble decímetro, proporciona la amplitud resultante a , y el ángulo que forma con \vec{a}_1 indica su diferencia de fase con respecto al primer movimiento; este ángulo puede medirse con un transportador.

Por supuesto, en lugar de medir magnitudes y ángulos con instrumentos, también podemos calcularlas mediante procedimientos trigonométricos.

Por último, los dos movimientos, representados por las ecuaciones:



dan el movimiento resultante:

The diagram shows the equation $x = A \text{sen}(\pi t + \phi)$ centered on a light yellow background. Arrows point from the equation to labels: 'Elongación' points to 'x', 'Amplitud' points to 'A', 'Tiempo' points to 't', 'Seno' points to 'sen', and 'Diferencia de fase del movimiento resultante' points to 'φ'.

-----PROPAGACION DE UN MOVIMIENTO VIBRATORIO-----

Si lanzamos una piedra al agua, el movimiento que creamos se propaga por la superficie, permitiéndonos ver cómo en torno al punto de impacto de la piedra se extienden ondas concéntricas.

Si, en el mismo lugar, lanzamos una lluvia regular de piedras que caigan unas después de otras en el mismo punto, este punto de la superficie será animado por un movimiento vibratorio que se propagará progresivamente a todos los puntos de la superficie.

De la misma forma, si atamos el extremo de una cuerda larga, tensada suficientemente, a una de las ramas de un diapasón, las pequeñas oscilaciones de éste se transmitirán al extremo de la cuerda y se propagarán a lo largo de ella: un movimiento vibratorio es susceptible de propagarse, desde el momento en que exista un medio de propagación.

Al vibrar, el diapasón pone en movimiento el aire circundante y estas vibraciones del aire se propagan progresivamente hasta alcanzar nuestro oído, que "oye" el sonido del diapasón.

Si nos encontráramos en la superficie de la Luna -donde no hay atmósfera-, el diapasón vibraría, pero no comunicaría su movimiento a ningún gas de su alrededor, hecho del que se deriva la imposibilidad de comunicarse directamente por la palabra en la superficie de nuestro satélite: la Luna es silenciosa.

Cuando un movimiento oscilatorio se propaga, no todos los puntos del medio de propagación se hallan en el mismo estado de vibración en un momento dado.

Consideremos el caso de una cuerda muy larga (la elegimos larga para estudiar con comodidad la propagación del movimiento); su extremo A está animado de un movimiento oscilatorio en torno a una posición de equilibrio horizontal, y se encuentra unas veces por encima y otras por debajo de éste.

Para precisar los conceptos, admitamos que la amplitud es de 5 mm y el período de 0,1 s. El punto A', cercano a A, recibirá el movimiento cierto tiempo después de éste: la propagación no es instantánea, sino propagada a cierta velocidad, que depende del medio de propagación .

Medio de propagación	Fórmula
Cuerda ondas transversales	$V = \sqrt{\frac{F}{M}}$
Fluidos ondas longitudinales	$V = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$
Sólidos ondas longitudinales	$V = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$
Gases perfectos ondas longitudinales	$V = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$

Tensión cuerda
 Fórmula de Laplace
 Densidad lineal de la cuerda
 Módulo de compresibilidad
 Densidad
 Módulo de Young
 Densidad
 Constante de los gases
 Temperatura
 Masa molecular
 Constante diferente para cada gas

Sea $v = 10 \text{ cm/s}$ la velocidad de propagación a lo largo de la cuerda; en un período (0,1 s), el movimiento se desplaza 1 cm; si A' está a 1 cm de A, empezará a vibrar al cabo de un período, precisamente cuando A comience una nueva vibración.

A' y A están, por tanto, en fase: Se encuentran siempre a la misma altura con respecto a la horizontal (como podemos comprobar realizando una observación estroboscópica).

Pero si A' se encontrara a 0,5 cm de A, el movimiento le llegaría con un semiperíodo de retraso con respecto a A.

Recapitulemos lo sucedido durante el primer y el segundo períodos, es decir, durante las dos primeras décimas de segundo: comprobamos que el punto A' está "arriba" cuando el punto A está "abajo" y a la inversa; es decir, existe una oposición de fase.

Para conocer la situación vibratoria de un punto del medio vibrante, es indispensable conocer su distancia con respecto al oscilador, y la velocidad de propagación.

- Sea v esta velocidad;

- en un período T , el movimiento se propaga una distancia vT el medio vibrante, al cabo de dos períodos ha recorrido $2v$ etc., y al cabo de k períodos ha recorrido $k vT$.
- Todos los puntos del medio que están a una distancia vT , $2vT$, ... $k vT$ unos de otros, están en fase: cuando una vibración comienza en uno de estos puntos, ésta se inicia, al mismo tiempo, en todos los otros puntos, que alcanzan su posición de amplitud positiva al mismo tiempo, su posición de amplitud negativa al mismo tiempo, etc.
- Esta distancia vT , que recibe el nombre de longitud de onda del movimiento propagado y que constituye en sí una onda de propagación, suele designarse con la letra griega λ ("lambda").

Dado que

$$N = \frac{1}{T}$$

, podemos expresar la relación fundamental:

$$\lambda = T \cdot v = \frac{v}{N}$$

Si consideramos el caso de la propagación de una onda sonora, la velocidad de propagación en el aire es de alrededor de 340 m/s (si hace calor, puesto que a 0°C y a una presión atmosférica normal, esta velocidad sólo es de 331 m/s, aproximadamente).

La nota la del diapasón de los músicos vibra con una frecuencia $N = 435$ hertzios; por tanto, la onda sonora que transporta este la por los aires, tiene como longitud de onda:

$$\lambda = \frac{v}{N} = \frac{331}{435} = 0,78 \text{ m}$$

Más adelante veremos que la luz también es un fenómeno periódico y que a cada color puro le corresponde una frecuencia perfectamente determinada, que se designa con la letra griega ν ("nu"). Pero, en este caso, la velocidad de propagación es mucho mayor: $c = 300.000 \text{ km/s}$.

En cuanto a las frecuencias luminosas, éstas son considerables (del orden de varios centenares de miles de millones de vibraciones por segundo).

Para no tener que manejar en los cálculos cantidades incómodas, se ha adquirido la costumbre de designar las ondas luminosas por su longitud de onda expresada en micrones (μ , milésima de milímetro) o en angströms (\AA , diezmilésima de micrón).

Así, el criptón, que es un gas raro del que existen trazas en la atmósfera, emite en ciertas condiciones de temperatura una luz verde muy pura de longitud de onda $\lambda = 0,557 \mu$.

Su frecuencia ν se obtiene de la relación:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

o sea,

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{300.000.000.000.000}{0,587}$$

es decir:

$$\nu = 51.107.294.037 \text{ hertzios}$$

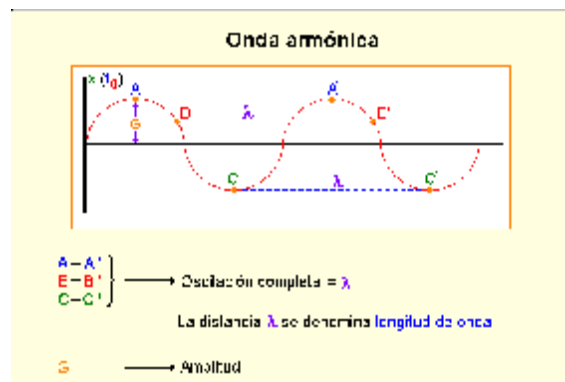
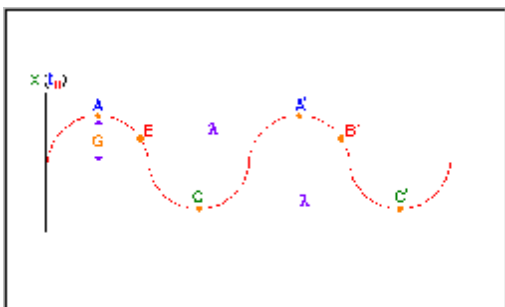
Si se representa gráficamente el espacio recorrido en función del tiempo, se obtiene una senoide; si se comparan varios movimientos, el examen de sus gráficas pone en evidencia las nociones definidas anteriormente.

-----ESTUDIO DE LA PROPAGACION DE UNA ONDA-----

Cuando en un medio elástico perturbamos una partícula, el movimiento armónico que adquiere lo transmite a las partículas más próximas, por lo que la perturbación se transmite a través del espacio, originándose un movimiento oscilatorio generalizado. .

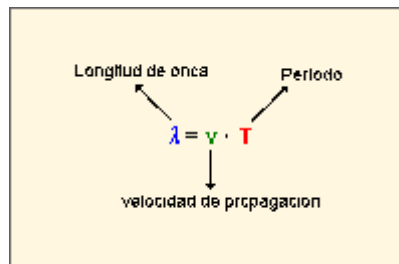
Se puede calcular la velocidad de una onda contando el tiempo a partir del momento en que un punto empieza a oscilar hasta que lo hace otro situado a una distancia d del primero.

El cociente d/t es la velocidad de propagación de la onda y depende básicamente del medio de propagación.

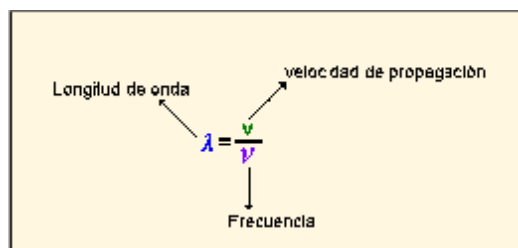


Volvamos a la onda armónica . En ella observamos distintos puntos del medio, que se encuentran en el mismo estado de vibración (elongación), como son los AA', BB', CC'. Llamaremos longitud de onda, λ , a la distancia que separa estos puntos que, lógicamente, es la misma.

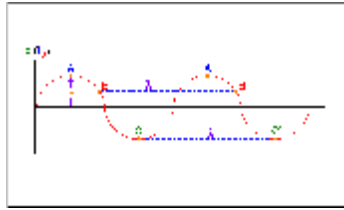
Deduzcamos su valor. Si v es la velocidad con que se propaga y T el período, entonces



o, relacionándola con la frecuencia,:

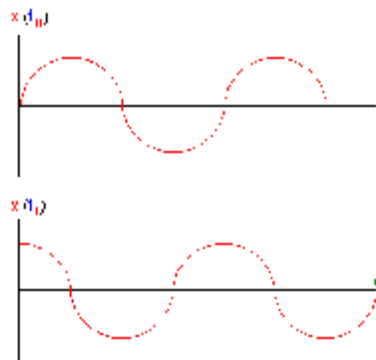


El dibujo de la onda armónica corresponde a una fotografía de ésta en un instante de tiempo t .



Esto es, observamos el estado de vibración de los puntos del espacio en un tiempo determinado.

Si se hubiera tomado la fotografía un instante después, la figura correspondería a la misma onda, pero el estado de vibración (elongación) de los puntos habría cambiado.



Con ello, entendemos que una onda no sólo es periódica en el tiempo, sino que también lo es en el espacio, ya que entre dos puntos separados por una longitud de onda se reproduce el estado de vibración.

Si ahora nos fijamos sólo en un punto del espacio, resulta que veremos que este punto hace un movimiento armónico con un período de tiempo, T , y una amplitud, A .

Luego, una onda armónica ha de ser sinusoidal, tanto en el espacio como en el tiempo. Para que pueda cumplir esta condición, su ecuación, que representa el estado de vibración de un punto del espacio, será:

$$x = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \right]$$

siendo d la distancia al centro productor de la vibración, también llamado foco.

-----ECUACION DE PROPAGACION-----

Sea un movimiento cuya ecuación en un punto O del espacio es:

$$x = A \cdot \text{sen} \omega t = A \cdot \text{sen} \frac{2\pi}{T} t$$

En un punto M situado a la distancia d de O, el movimiento llega después de un tiempo $t' = d/v$, donde v designa la velocidad de propagación de la onda; por tanto, la ecuación del punto M es la del punto O en el instante $t - t'$, es decir:

$$x_M = A \cdot \text{sen} \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{d}{v} \right)$$

o, puesto que $vT = \lambda$:

The diagram shows the wave equation $x_M = A \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right)$ with arrows pointing to each term and its corresponding physical quantity:

- x_M : Elongacion del punto M
- A : Amplitud
- sen : Seno
- 2π : Constante
- $\frac{t}{T}$: t is Tiempo, T is Periodo
- $\frac{d}{\lambda}$: d is Distancia del punto M a origen, λ is Longitud de onda

La velocidad v , llamada también velocidad de fase, puede ser independiente de la frecuencia del movimiento (caso de las vibraciones sonoras), o bien variable con ella.

Por ejemplo, en el caso de vibraciones luminosas, la velocidad de fase aumenta con la longitud de onda cuando la propagación tiene lugar en un medio material (aire, gas, líquido, etc.); se dice entonces que existe dispersión, y las ondas son deformadas (variación regular de la amplitud).

Lo que se propaga entonces no es una onda de amplitud dada, sino grupos de ondas en los cuales la variación de amplitud es sinusoidal; se define entonces la velocidad de grupo U , que está relacionada con la velocidad de fase por la ley:

$$U = v - \frac{dv}{d\lambda}$$

-----ENERGIA TRANSPORTADA POR UN MOVIMIENTO VIBRATORIO-----

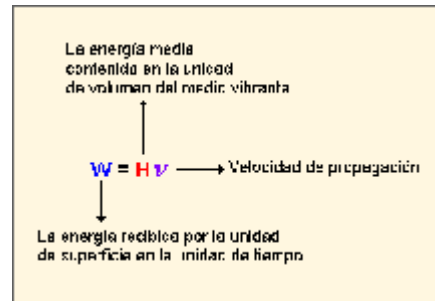
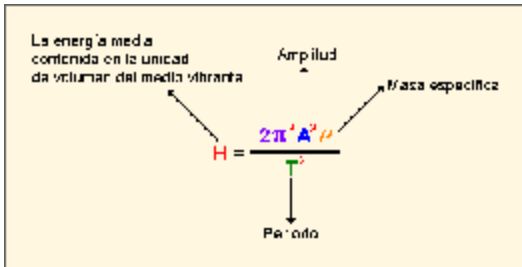
En el caso de la energía transportada por un movimiento vibratorio, hay que hacer distinción entre una onda plana y una onda esférica.

Si llamamos:

- A: la amplitud;
- v : la velocidad de propagación;
- T: el período;
- ρ : la masa específica del medio de propagación;

H: la energía media contenida en la unidad de volumen del medio vibrante;
W: la energía recibida por la unidad de superficie en la unidad del tiempo;

tendremos: a) para una onda plana:



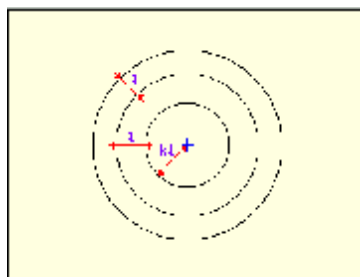
b) para una onda esférica, un resultado que se resume así: la intensidad energética en un punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del punto a la fuente vibrante (supuesta puntiforme).

-----DIVERSOS TIPOS DE PROPAGACION-----

Cuando la propagación se realiza en la dirección de la vibración, se dice que se trata de ondas longitudinales. Este es el caso de un muelle del que, por ejemplo, se comprimen las cinco primeras espiras: comprobamos que esta compresión se propaga a lo largo del muelle y que las espiras se comprimen progresivamente .

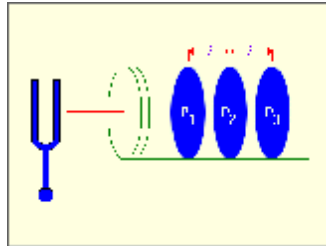
Cuando la vibración es perpendicular a la dirección de propagación, las ondas se llaman transversales: este es el caso de una cuerda que vibra, de las ondas en la superficie del agua, etc .

Cuando un oscilador vibra en el seno de un fluido homogéneo, constituye la fuente de ondas que se propagan en forma igual en todas direcciones; en un instante dado, todos los puntos que se encuentren en la superficie de una esfera que tenga por centro el oscilador, poseeran el mismo estado vibratorio. Se dice que la onda es esférica .



En el caso particular de un líquido (ondas en la superficie del agua), la propagación sólo se realiza en el plano de la superficie; las superficies esféricas se reducen a círculos concéntricos en torno a la fuente vibrante.

Cuando la superficie de onda, es decir, el lugar de los puntos que se hallan en un instante dado en el mismo estado vibratorio es un plano, se trata de una onda plana. Este es el caso de las ondas que se propagan dentro de un tubo, en el cual uno de sus extremos está ocupado por un pistón animado de un movimiento vibratorio .



-----REFLEXION, REFRACCION Y DIFRACCION DE ONDAS-----

Reflexión, refracción y difracción de ondas.

Lo que acabamos de exponer supone que la onda en movimiento se propaga sin encontrar ningún obstáculo y en un medio homogéneo.

En caso de que no se cumplan estas condiciones, se producirán fenómenos secundarios, que han sido estudiados principalmente en la óptica clásica, pero que los hallamos en todos los fenómenos ondulatorios.

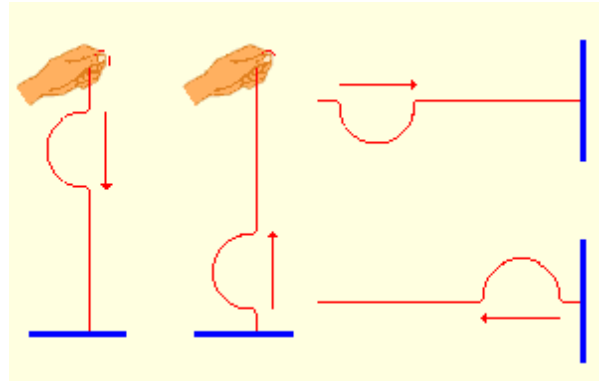
Para resolverlos se utiliza el principio de superposición de Huygens (físico y astrónomo holandés, 1629 - 1695): Si diversas fuentes vibrantes se sitúan en el interior de una caja en la que se ha abierto un orificio, las diferentes ondas se comportan como si pasaran a través del orificio sin influirse mutuamente, a condición de que las amplitudes sean pequeñas. Su acción sobre el medio exterior es la misma que si las ondas se encontraran sobre la superficie geométrica de la caja.

De forma general, recordemos que:

- a) Cuando una onda encuentra un obstáculo, se refleja en éste y parte de nuevo en otra dirección, simétrica de la dirección incidente con respecto a la normal a la superficie de reflexión en el punto donde la onda ha chocado;
- b) Cuando una onda pasa de un medio a otro, su dirección cambia: Se dice que existe refracción (el ejemplo más clásico es el de la refracción de la luz);
- c) Cuando una onda pasa a través de un pequeño orificio, se comporta como el centro de una onda esférica.

Si existen varios orificios muy próximos unos a otros (lo que se denomina una red), las ondas secundarias originadas así en cada orificio pueden superponerse (interferir) y provocar fenómenos, a los que se da el nombre de fenómenos de difracción.

-----ONDAS ESTACIONARIAS-----



Tomemos una larga cuerda de caucho y atémosla a un obstáculo rígido (una pared, por ejemplo). Imprimamos a su extremo libre una pequeña sacudida hacia abajo: vemos que esta deformación se propaga a lo largo de toda la cuerda, y regresa después de haber "rebotado" en la pared .

Un hecho destacable: la deformación reflejada es opuesta a la deformación incidente. Si el extremo de la cuerda estuviera libre, la deformación rebotaría en el aire ambiente (y no en la pared) y la deformación se reflejaría sin invertirse.

En el primer caso (reflexión en un obstáculo fijo), se dice que ha habido reflexión con cambio de signo para la deformación; en el segundo caso (reflexión en un obstáculo elástico), se dice que ha habido reflexión sin cambio de signo para la deformación.

Si, en lugar de una simple deformación, imprimimos al extremo O de la cuerda un movimiento vibratorio de frecuencia N, se origina una serie de ondas (tren de ondas) que se propaga a lo largo de la cuerda y se refleja en el obstáculo (con o sin cambio de signo, según su naturaleza), vuelve a O y parte de nuevo desde este punto, y así sucesivamente.

Cualquier punto de la cuerda se halla entonces solicitado a la vez por las ondas incidentes y por las ondas reflejadas.

El movimiento resultante así producido anima en forma permanente la cuerda, que vibra y, para una longitud convenientemente determinada, presenta uno o varios husos (esto depende de su tensión y de su materia).

Se dice que un sistema de ondas estacionarias se ha instalado en la cuerda; los puntos inmóviles reciben el nombre de nodos y los puntos en los cuales la amplitud es máxima, el de vientres de vibración.

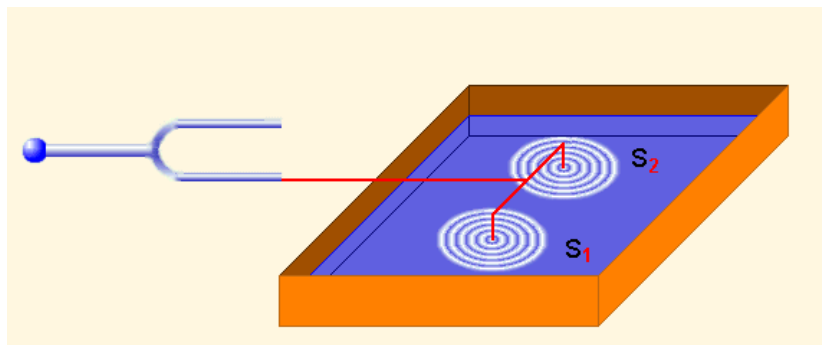
Al medir las distancias entre nodos y vientres consecutivos, se comprueba que dos nodos consecutivos (o dos vientres) están separados por una distancia igual a una semilongitud de onda (a condición, por supuesto, de conocer la longitud de onda del movimiento que se propaga a lo largo de la cuerda).

La explicación de este fenómeno es sencilla. En todos los puntos de la cuerda en los cuales los movimientos incidentes y los movimientos reflejados están en fase, se suman sus efectos y se obtiene una amplitud máxima: éstos son los vientres de la vibración.

En todos puntos en que los dos movimientos están en oposición de fase, se produce el mismo fenómeno que cuando dos personas, desde uno y otro lado de una puerta, tiran de ella: los dos movimientos opuestos se anulan y el punto permanece inmóvil: esto es un nodo de vibración.

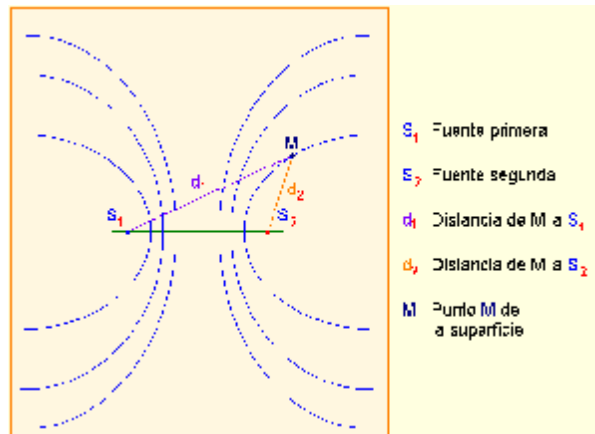
En el caso de una cuerda fijada a un obstáculo, la reflexión se realiza con un nodo, en el obstáculo (cambio de signo); en el caso de un obstáculo elástico, no se produce cambio de signo en el momento de la reflexión y, por tanto, existe un vientre en el obstáculo.

-----INTERFERENCIAS-----



Si dos fuentes y vibraciones, de la misma dirección y de igual período, animan un medio vibrante, todos los puntos de este medio en que se encuentren los dos movimientos, también vibrarán.

Se dice que los dos movimientos se interfieren, y el fenómeno recibe el nombre de fenómeno de interferencia: las ondas estacionarias estudiadas antes constituyen un caso particular de interferencia .



Para realizar un experimento de interferencia, es necesario disponer de dos fuentes distintas; para que el experimento sea bien claro, es preciso que estas dos fuentes sean rigurosamente síncronas.

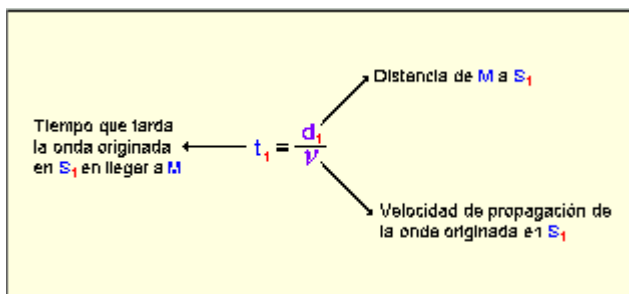
La superposición de los dos movimientos originados en S_1 y S_2 tiene por efecto dibujar en la superficie de la cubeta unas "ondas" que corresponden, para todos los puntos que se hallen en su cresta, a vientres de vibración, y líneas de puntos inmóviles que corresponden a los nodos.

Las curvas así dibujadas constituyen hipérbolas, de focos S_1 y S_2 .

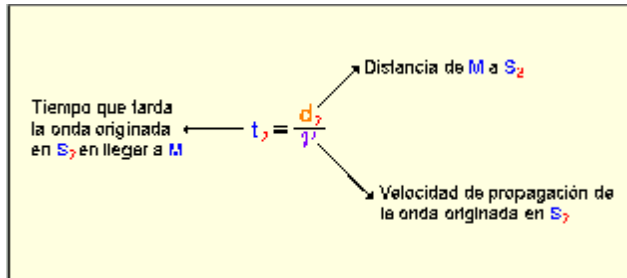
También en este caso, la explicación del fenómeno está ligada a la llegada de los dos movimientos en fase o en oposición a un punto M de la superficie.

- Sea d_1 distancia a la que se encuentra M de la fuente S_1 , y d_2 su distancia a la fuente S_2 .

- Si denominamos v la velocidad de propagación del movimiento, el tiempo empleado por cada tren de ondas para llegar a M es:

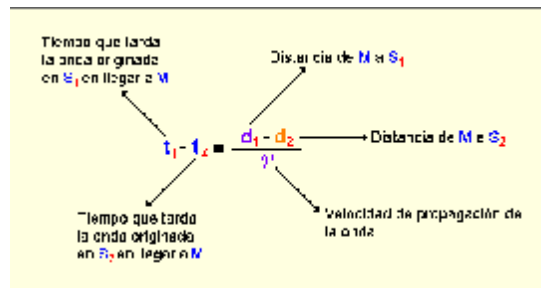


para el movimiento originado en S1



para el movimiento originado en S2

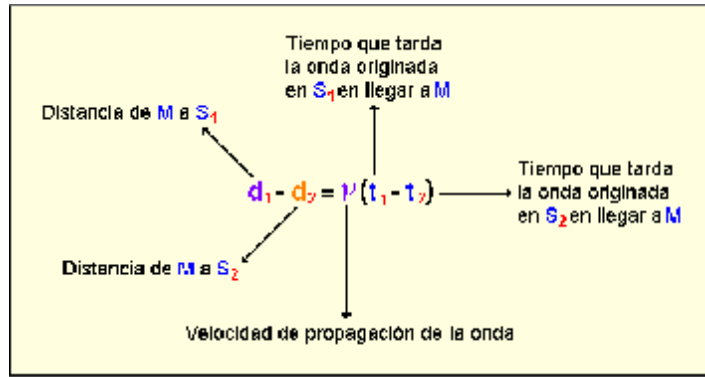
- Por tanto, la diferencia de tiempos de marcha entre los dos movimientos, en el punto M, es:



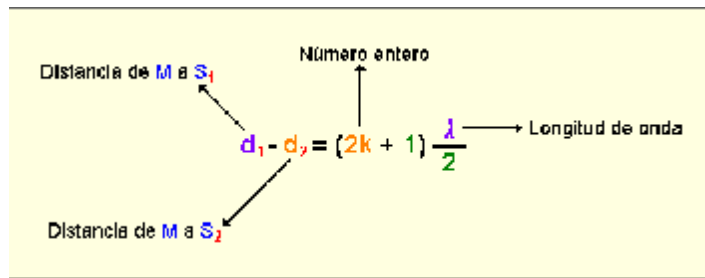
- Si esta diferencia es igual a T , $2T$, $3T$, ... kT , ambos movimientos llegan en fase al punto M, que, por tanto, está en un vientre de vibración; si es igual $T/2$, $3T/2$, $5T/2$ ($2k + 1$) $T/2$ (es decir, un número impar de períodos), los movimientos llegan a M en oposición de fase: existe un nodo de vibración.

- De la diferencia de tiempos de marcha, se obtiene la diferencia de marcha de los dos movimientos en el punto M:

- Tenemos, pues, un vientre para:



y un nodo para:



Si nos remitimos a la definición de la hipérbola como el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos permanece constante, vemos que éste es el caso para las líneas de nodos y las líneas de vientres.

-----MOVIMIENTO OSCILATORIO-----

EJERCICIO 1

¿Cuáles son la amplitud, el período y la frecuencia del movimiento ?

SOLUCION

amplitud = 0,75 cm

período = 0,20 s

frecuencia = 5 Hz

EJERCICIO 2

Un resorte realiza 12 vibraciones en 40 s.

Encuentra el período y la frecuencia de la vibración.

SOLUCION

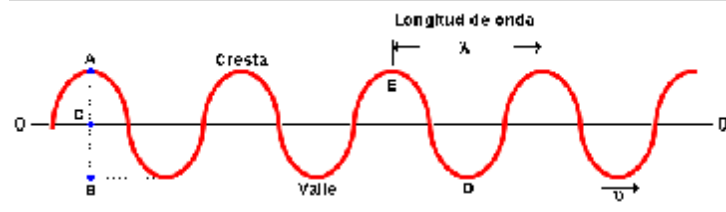
período **3,3 s**

frecuencia **0,30 Hz**

-----ONDAS-----

EJERCICIO 1

Supón que



representa una onda de 50 Hz en una cuerda.

Toma la distancia AB como de 3 mm y la distancia AE como de 40 cm. Calcula las siguientes características de la onda:

a) Amplitud. b) Longitud de la onda. c) Rapidez.

SOLUCION

a) **1,5 mm**

b) **20 cm**

c) **10 m/s**

EJERCICIO 2

Experimentalmente se ha comprobado que, en determinado material, la longitud de onda de una onda sonora es de 18 cm. La frecuencia de la onda es 1.900 Hz. ¿Cuál es la velocidad de la onda sonora?

SOLUCION

342 m/s

-----MOVIMIENTO RECTILINEO SINUSOIDAL-----

EJERCICIO 1

Una masa de 50 g vibra con un MAS colocada en el extremo de un resorte. La amplitud de movimiento es 12 cm y el período es 1,70 s.

Calcula:

- La frecuencia.
- La constante del resorte.
- La rapidez máxima de la masa.
- La aceleración máxima de la masa.
- La rapidez, cuando el desplazamiento es 6 cm.
- La aceleración, cuando $x = 6$ cm.

SOLUCION

- 0,588 Hz
- 0,68 N/m
- 0,44 m/s
- 1,63 m/s
- 0,39 m/s
- 0,92 m/s

EJERCICIO 2

Una masa de 50 g cuelga al final de un resorte de Hooke. Cuando se agregan 20 g más al final del resorte, se alarga 7,0 cm.

- Calcula la constante del resorte.
- Si los 20 g se quitan, ¿cuál será el período del movimiento?

SOLUCION

- 2,8 N/m
- 0,84 s

EJERCICIO 3

Un peso de 3 lb cuelga en el extremo de un resorte que tiene $k = 25$ lb/pies. Si el peso se desplaza ligeramente y se suelta,

¿con qué frecuencia vibrará?

SOLUCION

2,61 Hz

EJERCICIO 4

Una pieza larga y ligera de resorte de acero está fija en su extremo inferior, y tiene sujeta una pelota de 2 kg en su extremo superior.

Se requiere una fuerza de 8 N para desplazar la pelota 20 cm hacia un lado .

Considera que el sistema experimenta un MAS cuando se suelta.

Calcula:

- a) La constante de fuerza del resorte.
- b) El período con el cual la pelota vibrará hacia un lado y otro.

SOLUCION

a) **40 N/m**

b) **1,40 s**

-----PROPAGACION DE UN MOVIMIENTO VIBRATORIO-----

EJERCICIO 1

Calcular la velocidad de propagación de una onda transversal en una cuerda de densidad lineal 0,4 gr/cm sometida a una tracción de 500 N.

SOLUCION

111,8 m/s

EJERCICIO 2

Calcular la velocidad de propagación del sonido a 20 °C de temperatura:

- a) En el aire ($R = 8,31 \text{ J/mol K}$);
- b) En el agua ($b = 2,045 \times 10^9 \text{ N/m}^2$);
- c) En el acero ($Y = 20,55 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$), ($r = 7,8 \text{ gr/cm}^3$).

SOLUCION

a) $343,43 \text{ m/s}$

b) 1.430 m/s

c) 5.132 m/s

EJERCICIO 3

Calcular la longitud de un alambre de acero de 100 gr de masa sometido a una tensión de 500 N, sabiendo que en él se propagan las ondas transversales a 400 m/s.

SOLUCION

32 m

-----ESTUDIO DE LA PROPAGACION DE UNA ONDA-----

EJERCICIO 1

Dada la ecuación de ondas ,

$$\Psi = 0,4 \text{ sen } (20t - 4x)$$

expresada en el S.I.,

calcular:

- a) La longitud de onda.
- b) El período.
- c) La frecuencia.

SOLUCION

a) $\frac{\pi}{2} \text{ m}$

b) $\frac{\pi}{10} \text{ s}$

EJERCICIO 2

Dado un movimiento ondulatorio de amplitud $A = 0,4$ m, frecuencia 2 Hz y longitud de onda 1,67 m,

calcular:

a) La ecuación del movimiento.

b) La elongación en un punto situado a 5 m del foco emisor, cuando han transcurrido 5 s.

SOLUCION

a) $\Psi = 0,4 \text{ sen } \{12,56t - 3,76x\}$

b) 0,27 m

-----INTERFERENCIAS-----

EJERCICIO 1

Una luz azul de 4.860 \AA de longitud de onda, ilumina dos rendijas cuyos centros están separados 0,8 mm, y se recogen las franjas de interferencia sobre una pantalla situada a 4 m de distancia de las rendijas.

Calcular la separación entre franjas consecutivas y la posición de máximos y mínimos.

SOLUCION DESARROLLADA