

PENDULO DE TORSION

Introducción:

En esta practica trataremos de determinar el momento de inercia de una barra, para ello estudiaremos su movimiento cuando se encuentra sometida a torsión respecto de un eje perpendicular a su longitud.

Material :

Disponemos de una barra rectangular con orificios, una regla graduada, un cronometro y dos esferas iguales de masa conocida.

Fundamento y Método experimental:

El movimiento de un péndulo de torsión viene representado por la ecuación de un sólido rígido, de la siguiente manera:

$$M = I \text{ ang}$$

El momento de la fuerza aumenta para ángulos mayores pues el alambre opone mas resistencia como va a usar ángulos pequeños la ecuación se transforma en:

$$d^2\text{ang}/dt^2 = - (K/I) * \text{ang}$$

dicha ecuación es la que pertenece a un movimiento armónico simple cuyo periodo es:

$$T = 2\pi\sqrt{I/K}$$

Para realizar la practica procederemos de la siguiente manera: giraremos la barra in anulo pequeño y la dejaremos oscilar, una vez adquiera un movimiento regular comenzaremos a cronometrar 50 oscilaciones completas. Este proceso lo repetiremos varias veces y así podremos obtener el valor medio de T.

La formula que nos dará el momento de inercia será:

$$T = 2\pi\sqrt{I/K}$$

El problema que tenemos es que no conocemos k que es la cte. de torsión del alambre, lo que haremos será medir de nuevo el periodo pero esta vez colocando dos esferas en los orificios exteriores y después en los orificios interiores, aplicando la ecuación del momento de inercia:

$$I' = 2Mr^2$$

podemos conocer el momento de inercia de las esferas y si construimos un sistema con la barra y las esferas:

$$T' = 2\pi\sqrt{(I+I')/K}$$

Eliminando k entre las dos ecuaciones y despejando I:

$$I = I'(T^2/T'^2 - T'^2)$$

De esta manera obtenemos el momento de inercia de la barra

Resultados experimentales:

Los tiempos que se obtuvieron fueron los siguientes:

Barra t1 (s)	Int t2 (s)	Ext t3 (s)
93.2	113.4	126.7
92.4	114	125.6
93.8	113.2	125.3

93.5	113.6	126.5
93	113.8	125.9
Med: 93.18	Med:113.6	Med:126.2

Los resultados están sujetos a un error sistemático de 0.05 s y a un error mayor los resultados medios:

$$\Delta t = \sqrt{\text{Esis}^2 + \Psi^2}$$

$$\Psi = 4.6 \text{ s} / \sqrt{5} \quad \Psi_1 = \pm 1.09 \text{ s} \quad \Psi_2 = \pm 1.23 \text{ s} \quad \Psi_3 = \pm 0.64 \text{ s}$$

Y por lo tanto:

$$\Delta t_{\text{barra}} = \pm 1.09 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{int}} = \pm 0.65 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{ext}} = \pm 1.24 \text{ s}$$

Ahora pasaremos a calcular los periodos T y T' y su error que es:

$$T = t/50 \quad \Delta T = \Delta t/50$$

$$T_{\text{barra}} = 1.86 \pm 0.021 \text{ s} \quad \Delta T = \pm 0.021 \text{ s}$$

$$T_{\text{int}} = 2.27 \pm 0.013 \text{ s} \quad \Delta T = \pm 0.013 \text{ s}$$

$$T_{\text{ext}} = 2.52 \pm 0.025 \text{ s} \quad \Delta T = \pm 0.024 \text{ s}$$

Ahora procederemos al calculo de la I' para la barra con bolas:

$$\text{Datos: masa bolas } 11.2 \cdot 10^{-3} \pm 0.05 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$R = 40.1 \cdot 10^{-3} \pm 0.05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$r = 30.3 \cdot 10^{-3} \pm 0.05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$I' = 2m \cdot r^2 \quad \Delta I' = \sqrt{(4 \cdot r \cdot m \cdot \Delta r)^2 + (2 \cdot r^2 \cdot \Delta m)^2}$$

$$I'_{\text{int}} = 2.48 \cdot 10^{-3} \quad \Delta I' = \pm 0.114 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I'_{\text{ext}} = 3.6 \cdot 10^{-3} \quad \Delta I' = \pm 0.184 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Después debemos calcular la I de la barra y su error para ello debemos calcular la I con las bolas en el interior y en el exterior y dividir entre dos:

$$I = I' (T^2/T'^2 - T'^2)$$

$$I_{\text{ext}}=4.31 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I_{\text{int}}=5.06 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I=4.685 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Para calcular el error tanto de I exterior como de interior se aplico la siguiente formula:

$$\text{siendo } T_d=T'^2-T^2 \quad \Delta T_{d1}=\pm 0.024 \quad \Delta T_{de}=\pm 0.032$$

$$\Delta I=\sqrt{(T^2 \cdot \Delta I' / T_d)^2 + (2 \cdot T \cdot I' \cdot \Delta T / T_d)^2 + (I' \cdot T^2 \cdot \Delta T_d / T_d^2)^2}$$

$$\Delta I_{\text{int}}=\pm 0.2752 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\Delta I_{\text{ext}}=\pm 0.1297 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\Delta I=\pm 0.1521 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Comentario:

Esta practica tiene un elevado error aleatorio pues las medidas varían mucho con un mínimo fallo en el tiempo, la medida mas fiable es el calculo del momento de inercia calculado con el radio y la masa esto se puede comprobar pues en el error total este termino se hace despreciable frente a los demás pues de un orden varias veces inferior.