INTRO.ENERGÍA MECÁNICA Y TRABAJO

La energía es una propiedad que está relacionada con los cambios o procesos de transformación en la naturaleza. Sin energía ningún proceso físico, químico o biológico sería posible. La forma de energía asociada a las transformaciones de tipo mecánico se denomina energía mecánica y su transferencia de un cuerpo a otro recibe el nombre de trabajo. Ambos conceptos permiten estudiar el movimiento de los cuerpos de forma más sencilla que usando términos de fuerza y constituyen, por ello, elementos clave en la descripción de los sistemas físicos.

El estudio del movimiento atendiendo a las causas que lo originan lo efectúa la dinámica como teoría física relacionando las fuerzas con las características del movimiento, tales como posición y velocidad. Es posible, no obstante, describir la condición de un cuerpo en movimiento introduciendo una nueva magnitud, la energía mecánica, e interpretar sus variaciones mediante el concepto de trabajo físico. Ambos conceptos surgieron históricamente en una etapa avanzada del desarrollo de la dinámica y permiten enfocar su estudio de una forma por lo general más simple.

En el lenguaje ordinario energía es sinónimo de fuerza; en el lenguaje científico, aunque están relacionados entre sí, ambos términos hacen referencia a conceptos diferentes. Algo semejante sucede con el concepto de trabajo, que en el lenguaje científico tiene un significado mucho más preciso que en el lenguaje corriente.

El movimiento, el equilibrio y sus relaciones con las fuerzas y con la energía, define un amplio campo de estudio que se conoce con el nombre de mecánica. La *mecánica* engloba la cinemática o descripción del movimiento, la estática o estudio del equilibrio y la dinámica o explicación del movimiento. El enfoque en términos de trabajo y energía viene a cerrar, pues, una visión de conjunto de la mecánica como parte fundamental de la física.

LA ENERGÍA

El término *energía* es probablemente una de las palabras propias de la física que más se nombra en las sociedades industrializadas. La crisis de la energía, el costo de la energía, el aprovechamiento de la energía, son expresiones presentes habitualmente en los diferentes medios de comunicación social. ¿Pero qué es la energía?

¿Qué es la energía?

La noción de energía se introduce en la física para facilitar el estudio de los sistemas materiales. La naturaleza es esencialmente dinámica, es decir, está sujeta a cambios: cambios de posición, cambios de velocidad, cambios de composición o cambios de estado físico, por ejemplo. Pues bien, existe algo que subyace a los cambios materiales y que indefectiblemente los acompaña; ese algo constituye lo que se entiende por energía.

La energía es una propiedad o atributo de todo cuerpo o sistema material en virtud de la cual éstos pueden transformarse modificando su situación o estado, así como actuar sobre otros originando en ellos procesos de transformación. Sin energía, ningún proceso físico, químico o biológico sería posible. Dicho en otros términos, todos los cambios materiales están asociados con una cierta cantidad de energía que se pone en juego, se cede o se recibe.

Las sociedades industrializadas que se caracterizan precisamente por su intensa actividad transformadora de los productos naturales, de las materias primas y de sus derivados, requieren para ello grandes cantidades de energía, por lo que su costo y su disponibilidad constituyen cuestiones esenciales.

Transformación y conservación de la energía

La energía se puede presentar en formas diferentes, es decir, puede estar asociada a cambios materiales de diferente naturaleza. Así, se habla de *energía química* cuando la transformación afecta a la composición de las sustancias, de *energía térmica* cuando la transformación está asociada a fenómenos caloríficos, de *energía nuclear* cuando los cambios afectan a la composición de los núcleos atómicos, de *energía luminosa* cuando se trata de procesos en los que interviene la luz, etc.

Los cambios que sufren los sistemas materiales llevan asociados, precisamente, transformaciones de una forma de energía en otra. Pero en todas ellas la energía se conserva, es decir, ni se crea ni se destruye en el proceso de transformación. Esta segunda característica de la energía constituye un principio físico muy general fundado en los resultados de la observación y la experimentación científica, que se conoce como *principio de conservación de la energía.*

Otro modo de interpretarlo es el siguiente: si un sistema físico está aislado de modo que no cede energía ni la toma del exterior, la suma de todas las cantidades correspondientes a sus distintas formas de energía permanece constante. Dentro del sistema pueden darse procesos de transformación, pero siempre la energía ganada por una parte del sistema será cedida por otra. Esto es lo que sucede en el universo, que en su conjunto puede ser considerado como un sistema aislado.

Una descripción matemática de este principio puede efectuarse como sigue: sea *S* un sistema aislado, el cual tras un proceso de transformación interna pasa a convertirse en *S'.* Representando por *E* la energía total del sistema o suma de las cantidades correspondientes a las diferentes formas de energía presentes en él, la conservación de la energía se expresaría en la forma:

$$E' = E \qquad (6.1)$$

o también:

$$E' - E = \Delta E = 0$$

es decir, la variación ΔE de la energía total *E* del sistema por efecto de su transformación interna ha sido nula.

Si se considera que el sistema está formado sólo por dos partes o subsistemas 1 y 2, la aplicación del principio de conservación de la energía supondrá ahora:

$$E'_1 + E'_2 = E_1 + E_2$$

o agrupando términos semejantes:

$$E'_1 - E_1 = -(E'_2 - E_2)$$

$$\Delta E_1 = -\Delta E_2 \qquad (6.2)$$

lo que expresa que la energía ganada ΔE por el subsistema 1 es igual a la perdida, - ΔE_2, por el subsistema 2 sin que haya habido en conjunto variación alguna en la energía total del sistema.

La degradación de la energía

La experiencia demuestra que conforme la energía va siendo utilizada para promover cambios en la materia va perdiendo capacidad para ser empleada nuevamente. El principio de la conservación de la energía hace referencia a la cantidad, pero no a la calidad de la energía, la cual está relacionada con la posibilidad de ser utilizada. Así, una cantidad de energía concentrada en un sistema material es de mayor calidad que otra igual en magnitud, pero que se halle dispersa.

Aun cuando la cantidad de energía se conserva en un proceso de transformación, su calidad disminuye. Todas las transformaciones energéticas asociadas a cambios materiales, acaban antes o después en energía térmica; ésta es una forma de energía muy repartida entre los distintos componentes de la materia, por lo que su grado de aprovechamiento es peor. Este proceso de pérdida progresiva de calidad se conoce como degradación de la energía y constituye otra de las características de esta magnitud o atributo que han identificado los físicos para facilitar el estudio de los sistemas materiales y de sus transformaciones.

LA ENERGÍA MECÁNICA

De todas las transformaciones o cambios que sufre la materia, los que interesan a la mecánica son los asociados a la posición y/o a la velocidad. Ambas magnitudes definen, en el marco de la dinámica de Newton, el *estado mecánico* de un cuerpo, de modo que éste puede cambiar porque cambie su posición o porque cambie su velocidad. La forma de energía asociada a los cambios en el estado mecánico de un cuerpo o de una partícula material recibe el nombre de *energía mecánica.*

Energía potencial

De acuerdo con su definición, la energía mecánica puede presentarse bajo dos formas diferentes según esté asociada a los cambios de posición o a los cambios de velocidad. La forma de energía asociada a los cambios de posición recibe el nombre de energía potencial.

La energía potencial es, por tanto, la energía que posee un cuerpo o sistema en virtud de su posición o de su configuración (conjunto de posiciones). Así, el estado mecánico de una piedra que se eleva a una altura dada no es el mismo que el que tenía a nivel del suelo: ha cambiado su posición. En un muelle que es tensado, las distancias relativas entre sus espiras aumentan. Su configuración ha cambiado por efecto del estiramiento. En uno y otro caso el cuerpo adquiere en el estado final una nueva condición que antes no poseía: si se les deja en libertad, la piedra es capaz de romper un vidrio al chocar contra el suelo y el muelle puede poner en movimiento una bola inicialmente en reposo.

En su nuevo estado ambos cuerpos disponen de una capacidad para procudir cambios en otros. Han adquirido en el proceso correspondiente una cierta cantidad de energía que puede ser liberada tan pronto como se den las condiciones adecuadas.

Energía cinética

La forma de energía asociada a los cambios de velocidad recibe el nombre de energía cinética. Un cuerpo en movimiento es capaz de producir movimiento, esto es, de cambiar la velocidad de otros. La energía cinética es, por tanto, la energía mecánica que posee un cuerpo en virtud de su movimiento o velocidad.

LA NOCIÓN DE TRABAJO

En el lenguaje cotidiano, la palabra «trabajo» se asocia a todo aquello que suponga un esfuerzo físico o mental, y que por tanto produce cansancio. En física se produce trabajo sólo si existe una fuerza que al actuar sobre un cuerpo da lugar a su desplazamiento.

Trabajo de una fuerza constante

Sea una fuerza de intensidad *F* que se mantiene constante en módulo, dirección y sentido al actuar sobre un cuerpo material, y sea Δs el desplazamiento que produce la fuerza al actuar durante un intervalo de tiempo determinado. Se define el trabajo *W* de dicha fuerza como el producto de la intensidad de la fuerza por la magnitud del desplazamiento por el coseno del ángulo φ que forman la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos \varphi \qquad (6.3)$$

De acuerdo con esta definición, para que se realice un trabajo en el sentido físico del término, es preciso no sólo que actúe un fuerza, sino que además ésta provoque un desplazamiento. Un hombre empujando un muro rígido sin conseguir desplazarlo a pesar de cansarse, realizaría un trabajo *W* nulo, dado que en tal caso Δs sería cero.

La presencia del ángulo en la ecuación de definición de trabajo hace referencia al caso de que la dirección de la fuerza no coincida con la dirección del desplazamiento. En tal caso la fuerza puede descomponerse en dos componentes, una paralela $\mathbf{F}_{||}$ a la dirección del movimiento y otra perpendicular $\mathbf{F}_{\perp}$. Si el cuerpo describe una línea determinada es porque estará obligado a ello, o dicho de otra forma, porque una fuerza de reacción neutraliza la componente perpendicular que tendería a sacarlo de la trayectoria. Tal es el caso, por ejemplo, de un vagón de tren que es arrastrado mediante una fuerza oblicua a la dirección de la vía; la componente perpendicular es neutralizada por la presencia de la vía que evita los desplazamientos laterales y la única componente que contribuye al movimiento del vagón es, por tanto, aquella que está dirigida en la dirección de la vía.

La componente $F_{||}$ de la fuerza en la dirección del desplazamiento se la representa también como F_t. Dado que

$$F_t = F_{||} = F \cdot \cos \varphi$$

La ecuación de definición del trabajo puede escribirse como:

$$W = F_t \cdot \Delta s \qquad (6.4)$$

que indica que es únicamente la componente F_t la que efectúa el trabajo. Por tal motivo se la denomina, con frecuencia, *componente útil.*

Cuando la fuerza actuante es paralela a la dirección del desplazamiento, entonces $\varphi = 0$, su coseno vale 1 y la expresión del trabajo se reduce a:

$$W = F \cdot \Delta s \qquad (6.5)$$

En este caso toda la fuerza *F* es útil a efectos de realización de trabajo.

De acuerdo con la ecuación (6.5) la unidad SI de trabajo será igual al producto de una unidad de fuerza (newton) por una unidad de longitud (metro); a tal unidad producto se le denomina joule (J):

$$1\ J = 1\ N \cdot 1\ m$$

Un joule es, pues, el trabajo realizado por una fuerza de un newton cuando actuando sobre un cuerpo lo desplaza un metro en su misma dirección y sentido.

Trabajo de una fuerza variable

Una situación más general, y por lo tanto más compleja, es aquélla en que la fuerza no es constante, sino que varía con el tiempo, ya sea en intensidad, ya sea en dirección y sentido. La ecuación 6.4 sugiere que si se construye una gráfica que represente la variación del valor de la componente útil representada en ordenadas, con el desplazamiento representado en abscisas, el área comprendida entre la gráfica y el eje de abcisas coincidirá con el trabajo *W* realizado por la fuerza a lo largo del desplazamiento Δs.

En el caso de una fuerza constante F_t no varía con *s* y la propiedad anterior resulta inmediata; se trata de calcular el área de un rectángulo cuya base es Δs y cuya altura es F_t que, de acuerdo con (6.4), coincide con *W*. En el caso de una fuerza variable siempre es posible dividir el desplazamiento total en desplazamientos elementales lo suficientemente cortos como para aceptar que la fuerza a lo largo de cada uno de ellos es aproximadamente constante, aun cuando cambie su valor de uno a otro. La superficie bajo la gráfica fuerza útil-desplazamiento queda entonces descompuesta en una serie de rectángulos de altura variable, la suma de cuyas áreas coincidirá prácticamente con el área total.

Expresando lo anterior en términos de fuerzas y trabajo, resulta:

$$W = F_{t1} \cdot \Delta s_1 + F_{t2} \cdot \Delta s_2 + \ldots + F_{tn} \cdot \Delta s_n$$

es decir:

$$W = \sum_{i=1}^{n} F_{ti} \cdot \Delta s_i \qquad (6.6)$$

Esta igualdad aproximada será tanto más cierta cuanto más pequeños sean los intervalos Δs_i elementales en los que se ha descompuesto el desplazamiento total *s*. A partir de la gráfica F_t - *s* es posible entonces, midiendo áreas, calcular el trabajo de una fuerza variable.

EL TRABAJO COMO PRODUCTO DE VECTORES

Según la defineción de trabajo *W* de una fuerza constante:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos \varphi$$

El hecho de que tanto la fuerza como el desplazamiento pueden ser considerados en forma vectorial sugiere la posibilidad de expresar el trabajo de modo que ambas magnitudes aparezcan en la fórmula como vectores.

El vector desplazamiento une las posiciones inicial y final del punto de aplicación de la fuerza y se representa mediante el símbolo $\Delta\mathbf{r}$. La fuerza vectorialmente considerada forma con el vector desplazamiento un ángulo φ. Es posible representar entonces el trabajo en la forma:

$$W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{r}$$

cuyo significado es:

$$W = |\mathbf{F}| \cdot |\Delta\mathbf{r}| \cdot \cos\varphi$$

Este producto de vectores que equivale al producto del módulo del primer vector por el módulo del segundo, por el coseno del ángulo que forman, se denomina *producto escalar*, porque a pesar de ser un producto de vectores su resultado es un escalar. Para dos vectores **a** y **b** cualesquiera se define el producto escalar
a · **b** en la forma:

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos\varphi = a \cdot b \cdot \cos\varphi$$

TRABAJO Y ENERGÍA MECÁNICA

Desde un punto de vista matemático u operacional, el trabajo es el producto de la fuerza por el desplazamiento. Físicamente, el trabajo representa una medida de la energía mecánica transferida de un cuerpo o sistema a otro por la acción de una fuerza. El cambio del estado mecánico de un cuerpo supone, en principio, la aportación de una cierta cantidad de energía procedente del exterior. Pues bien, el trabajo puede considerarse como esa cuota de energía mecánica cedida al cuerpo o tomada de él para modificar su estado. Considerando el proceso como un balance de energía, puede escribirse la siguiente relación:

$$W = \Delta E = E_f - E_i \qquad (6.7)$$

donde E_i representa la energía mecánica inicial del sistema y E_f la energía mecánica final tras la realización del trabajo. Esta relación entre trabajo y energía indica que ambas magnitudes se expresarán en la misma unidad de medida, que es el julio en el SI.

Si un cuerpo o sistema realiza un trabajo, cederá una cantidad ΔE de energía mecánica y desde su punto de vista el trabajo será negativo, puesto que pierde energía en el proceso:

$$E_f < E_i \qquad W = \Delta E < 0$$

Si el trabajo es realizado por un agente exterior sobre el cuerpo, éste recibirá una cantidad de energía mecánica ΔE y para él el trabajo será positivo, pues lleva asociado un aumento en su energía mecánica:

$$E_f > E_i \qquad W = \Delta E > 0$$

Por tanto, si un cuerpo posee energía mecánica puede cederla a otros y realizar un trabajo. Por este motivo, la energía en general y la energía mecánica en particular supone una capacidad real para producir trabajo.

La ecuación (6.7) equivale, de hecho, a una ecuación de conservación de la energía mecánica, pues indica que el trabajo o cuota de energía mecánica que cede o recibe el cuerpo es igual a lo que varían sus reservas de energía mecánica. No hay, pues, ni creación ni destrucción de energía mecánica en el proceso y si el trabajo es nulo la energía mecánica se mantendrá constante.

Sucede, sin embargo, que al actuar las fuerzas de rozamiento la energía mecánica se transforma en energía térmica, y la ecuación (6.7) no puede interpretarse de esta forma tan sencilla. En una primera aproximación cabe, no obstante, ignorar la influencia del rozamiento; en tal caso, todo el trabajo puede considerarse transformado en energía mecánica o viceversa.

Trabajo y energía potencial gravitatoria

A partir de la relación genérica entre trabajo y energía mecánica expresada en la ecuación (6.7) es posible encontrar una fórmula matemática para la energía potencial si se conoce la expresión de la fuerza. El caso más sencillo lo constituye la fuerza del peso.

Para elevar verticalmente un cuerpo de masa m desde una altura inicial h_i hasta otra final h_f es preciso ejercer un trabajo en contra de las fuerzas del peso que vendrá dado, de acuerdo con la definición de trabajo, por:

$$W = F\,(h_f - h_i) = m\,g\,(h_f - h_i) \qquad (6.8)$$

donde F representa la fuerza, igual y opuesta a la del peso, (h_f - h_i) el desplazamiento en vertical; dado que el ángulo que forma la fuerza y el desplazamiento es cero, su coseno vale uno y no aparece explícitamente en la ecuación anterior.

Si el cuerpo parte del reposo y termina en reposo, la variación entre los estados inicial y final afectará únicamente a la posición y no a la velocidad, por lo que la ecuación (6.7) se podrá escribir referida sólo a energías potenciales:

$$W = \Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} \qquad (6.9)$$

Igualando las ecuaciones (6.8) y (6.9) se tiene:

$$E_{pf} - E_{pi} = m\,g\,h_f - m\,g\,h_i \qquad (6.10)$$

Si se toma como origen de alturas la posición inicial, $h_i = 0$, y se considera que la energía potencial del cuerpo en ese punto es también nula ($E_{pi} = 0$), la ecuación (6.10) toma la forma:

$$E_p = m\,g\,h \qquad (6.11)$$

donde h representa la altura de cualquier posición final genérica.

La energía potencial gravitatoria depende, por tanto, de la altura medida desde un punto o nivel tomado como referencia. Además, cuando un cuerpo se mueve sobre un plano horizontal para el cual la altura se mantiene constante, la energía potencial gravitatoria del cuerpo no varía. Desde este punto de vista las posiciones de un cuerpo sobre un plano horizontal son energéticamente equivalentes.

Trabajo y energía cinética

Es posible obtener de un modo análogo una fórmula matemática de esa forma de energía mecánica asociada a la velocidad de los cuerpos. Para ello es necesario suponer que el cuerpo en cuestión se desplaza sobre un plano horizontal sin rozamiento bajo la acción de una fuerza constante F. En tal caso, todas las posiciones son energéticamente equivalentes y el trabajo de la fuerza F se invertirá únicamente en variar su velocidad desde el estado inicial al final, es decir:

$$W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} \qquad (6.12)$$

Se trata ahora de desarrollar la expresión del trabajo W para encontrar una ecuación en formá de incremento que permita deducir la expresión matemática de E_C.

Según la definición de trabajo de una fuerza constante y recordando que de acuerdo con la segunda ley de Newton $F = m \cdot a$, se tendrá:

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

Además se sabe que una fuerza constante produce un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, por lo que
es posible emplear la ecuación $2\,a\,s = v_f^2 - v_i^2$. Sustituyendo
en la expresión del trabajo el valor de $a \cdot s$ dado por esta ecuación, resulta:

$$W = m\frac{1}{2}(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}m\,v_f^2 - \frac{1}{2}m\,v_i^2 \qquad (6.13)$$

Igualando las ecuaciones (6.12) y (6.13) se tiene:

$$E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}m\,v_f^2 - \frac{1}{2}m\,v_i^2$$

Si la velocidad inicial del cuerpo es nula, es razonable entonces considerar su energía cinética nula en el instante inicial, con lo que para cualquier instante final genérico resulta la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2}m\,v^2 \qquad (6.14)$$

Esta ecuación define operacionalmente la energía cinética e indica que se trata, en efecto, de una forma de energía asociada a la velocidad, que además depende de un atributo dinámico del cuerpo considerado, su masa.

Trabajo y potencia

El trabajo, tal y como ha sido definido, no hace referencia al tiempo que dura el correspondiente proceso de transferencia de energía de un cuerpo a otro. Para dar idea de la rapidez con la que se realiza el trabajo, se introduce la magnitud *potencia mecánica;* se representa por P y se define como la cantidad de trabajo que puede efectuarse en la unidad de tiempo.

Su expresión matemática viene dada por la ecuación:

$$P = \frac{W}{t} \qquad (6.15)$$

La potencia es, sin duda, la magnitud más importante a la hora de describir el comportamiento mecánico de una máquina. Esta podría efectuar un trabajo considerablemente grande si se le da el tiempo preciso, pero para saber el ritmo al que se efectuaría dicho trabajo es preciso disponer del dato de la potencia.

De acuerdo con su definición, expresada en la ecuación (6.15), la unidad de medida de la potencia en el Sistema Internacional será igual a 1 joule/1 segundo. Dicha unidad se denomina *watt* (W):

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/1 \text{ s}$$

y será, por tanto, la potencia de un agente capaz de realizar un trabajo de 1 joule en un tiempo de 1 segundo. Algunos de los múltiples del watt son utilizados con frecuencia, en especial el *kilowatt* (1 kW = 10^3 W) y el *megawatt* (1 MW = 10^6 W). El *caballo de vapor* (CV) es una unidad técnica de potencia que, aun cuando no pertenece al SI, es utilizada frecuentemente en la caracterización de los motores de explosión. Equivale a 735 watts (1 CV = 735 W).

APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE TRABAJO

La aplicación de la expresión matemática del trabajo como producto de la fuerza útil por el desplazamiento requiere en cada caso práctico un análisis previo de la situación. En términos generales pueden distinguirse a este respecto tres tipos de circunstancias:

a) El trabajo se realiza en contra de las fuerzas de rozamiento, pero el cuerpo ni se acelera ni cambia de altura. En tal caso la expresión del trabajo es:

$$W_{roz} = F_{roz} \cdot \Delta s$$

b) El trabajo se realiza únicamente para vencer la inercia del cuerpo y acelerarlo sin rozamiento, entonces

$$W_i = F \cdot \Delta s = m \cdot a \cdot \Delta s$$

c) El trabajo se realiza para aumentar la altura del cuerpo. Se trata en este caso de un trabajo de las fuerzas del peso y entonces tomará la forma:

$$W_p = F \cdot \Delta s = P \cdot h = m\,g\,(h_2 - h_1)$$

Así, por ejemplo, si se trata de calcular el trabajo que se realiza al empujar un cuerpo de 60 kg a lo largo de una distancia de 6,0 m, venciendo una fuerza de rozamiento de 220 N, la situación es la descrita en el caso a):

$$W_{roz} = 220 \text{ N} \cdot 6{,}0 \text{ m} = 1\,320 \text{ J}$$

Si además el cuerpo ha de pasar del reposo a una velocidad de 4,0 m/s, será necesario tomar en consideración la situación descrita en el caso b):

$$W_i = F \cdot \Delta s = m \cdot a \cdot \Delta s = m\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) =$$

$$= 60 \cdot \frac{1}{2} 4^2 = 480 \text{ J}$$

pues $v_0 = 0$, ya que el cuerpo parte del reposo.

Y el trabajo total será la suma del de rozamiento más el de inercia:

$W_T = W_{roz} + W_i = 1\,320 + 480 = 1\,800$ J

Si junto con las condiciones anteriores el movimiento ha de realizarse por un plano inclinado 30º respecto de la horizontal, la diferencia de altura entre la posición inicial y la final será:

$h = h_2 - h_1 = s \cdot \text{sen } 30º = 6{,}0 \cdot \text{sen } 30º = 3{,}0$ m

y habrá de considerarse, además, la situación descrita para el caso c):

$$W_p = m\, g\, h = 60 \cdot 9{,}8 \cdot 3{,}0 = 1\,764 \text{ J}$$

con lo que el trabajo total será en este caso:

$$W_T = W_{roz} + W_i + W_p = 1\,800 + 1\,764 = 3\,564 \text{ J}$$

APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE POTENCIA

La utilización del concepto de potencia es de especial interés en aquellas situaciones en las que intervienen máquinas. Por ejemplo, para que un coche de
1 000 kg de peso sea capaz, partiendo del reposo, de alcanzar una velocidad de 100 km/h sobre una carretera horizontal en 8 s, será necesario que su motor desarrolle una potencia adecuada a estas prestaciones.

Si en una primera aproximación se considera despreciable la acción del rozamiento con el aire, el cálculo de la potencia del motor podría efectuarse como sigue. El trabajo necesario vendrá dado por la expresión:

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

donde *m* es la masa, *a* es la aceleración y *s* el espacio.

Dado que $2\,as = v^2 - v_0^2$ la expresión anterior puede escribirse en la forma:

$$W = m \cdot \frac{v^2}{2}$$

ya que el coche ha de partir del reposo ($v_0 = 0$).

Expresando la velocidad en m/s se tiene:

$$v = 100 \text{ km/h} = \frac{100 \cdot 1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \simeq 27{,}77 \text{ m/s}$$

y por tanto:

$$W = 1\,000 \cdot \frac{27{,}77^2}{2} = 3{,}856 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Si ese trabajo ha de realizarlo en 8 s, la potencia necesaria será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3,856 \cdot 10^5}{8} = 4,82 \cdot 10^4 \text{ W}$$

que equivale en caballos de vapor (CV) a

$$P = \frac{4,82 \cdot 10^4}{735} = 66 \text{ CV}$$

En realidad el coche se mueve en un medio resistente que es el aire y además sus engranajes presentarán también un cierto rozamiento. Si todos estos efectos de rozamiento equivalen a una fuerza retardadora de 600 N, la potencia necesaria para que el coche desarrolle tal aceleración habrá de ser en este caso mayor. El trabajo para contrarrestar esta fuerza de rozamiento será:

$$W_{roz} = F_{roz} \cdot s$$

Si se considera el movimiento como si fuera uniformemente acelerado, entonces

$$v = a \cdot t = \frac{2s}{t^2} \cdot t = \frac{2s}{t}$$

ya que parte del reposo, de modo que el espacio que recorre el coche en esos ocho primeros segundos es:

$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{27,77 \cdot 8}{2} = 111,08 \text{ m}$$

y por tanto el trabajo de rozamiento valdrá:

$$W_{roz} = 600 \text{ N} \cdot 111,09 \text{ m} \simeq 66\,650 \text{ J}$$

El trabajo total será ahora la suma del necesario para acelerar el coche calculado anteriormente y del trabajo para vencer el rozamiento, es decir:

$$W' = W + W_{roz} = 3,856 \cdot 10^5 + 6,665 \cdot 10^4 \simeq 4,523 \cdot 10^5 \text{ J}$$

y la potencia total en esta situación, más próxima a la realidad, será:

$$P' = \frac{W'}{t} = \frac{4,523 \cdot 10^5}{8} \simeq 5,65 \cdot 10^4 \text{ W}$$

es decir:

$$P' = \frac{5,65 \cdot 10^4}{735} \simeq 77 \text{ CV}$$

CONSERVACIÓN Y DISIPACIÓN DE ...

En ausencia de rozamientos, el trabajo realizado sobre un cuerpo se invertirá, en el caso más general, en aumentar tanto su energía cinética como su energía potencial. Esta es la situación de un cuerpo que es empujado hacia arriba sobre un plano inclinado sobre el cual gana altura y además gana velocidad. La ecuación general $W = \Delta E$ toma ahora la forma:

$$W = \Delta E = \Delta (E_p + E_c) = \Delta E_p + \Delta E_c$$

(6.16)

Utilizando las expresiones de la energía potencial gravitatoria E_p (6.11) y de la energía cinética E_c (6.14), resulta:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta h + \frac{1}{2} m \cdot \Delta (v^2) \qquad (6.15)$$

ecuación que representa la relación más general entre el trabajo y la energía mecánica bajo sus dos formas, cinética y potencial.

Si $\Delta h = 0$ se trata de un movimiento horizontal y la ecuación (6.17) reduce a la (6.13). Si $\Delta(v^2) = 0$ el movimiento no cambia en velocidad y se tiene entonces la ecuación (6.9).

Esta misma ecuación general permite analizar y discutir las condiciones de conservación de la energía mecánica y sus consecuencias.

El hecho de que la energía de un cuerpo sometido a fuerzas se conserve durante el movimiento, es consecuencia del tipo de fuerzas que actúan sobre él. Si se considera el movimiento de caída de un cuerpo de masa *m* deslizándose sin rozamiento por un plano inclinado, la fuerza que provoca el movimiento es la fuerza del peso, o más exactamente, su componente útil (componente de la fuerza en la dirección del movimiento). El trabajo de acuerdo con su definición vendrá dado por:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \varphi = P \cdot s \cdot \cos \varphi$$

donde la fuerza del peso es igual a $m \cdot g$. El ángulo φ que forman la fuerza del peso y la dirección del movimiento, coincide con el ángulo del vértice superior del plano inclinado, de modo que:

$$\cos \varphi = (h_1 - h_2)/s$$

y por tanto, sustituyendo en la expresión del trabajo, resulta:

$$W = m \cdot g \cdot s \cdot \frac{(h_1 - h_2)}{s} = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

En esta expresión final no aparece el espacio *s* recorrido por el móvil, lo que indica que el trabajo realizado por las fuerzas del peso no depende del camino seguido, sino únicamente de las posiciones inicial y final del cuerpo. El trabajo hubiese sido el mismo si se hubiera dejado al cuerpo caer verticalmente desde la misma altura.

Esta propiedad matemática de las fuerzas del peso es la responsable de que cuando actúan ellas solas, la energía mecánica total del cuerpo se conserve durante el movimiento. Por tal motivo se las denomina *fuerzas conservativas*.

Conservación de la energía mecánica

Cuando se consideran únicamente transformaciones de tipo mecánico, es decir, cambios de posición y cambios de velocidad, las relaciones entre trabajo y energía se convierten de hecho en ecuaciones de conservación, de modo que si un cuerpo no cede ni toma energía mecánica mediante la realización de trabajo, la suma de la energía cinética y de la energía potencial habrá de mantenerse constante. Eso es lo que también se deduce de la ecuación (6.16). En efecto, si

$$W = 0; \ \Delta(E_p + E_c) = 0$$

Pero decir que la suma $E_p + E_c$ no varía entre los estados inicial y final equivale a afirmar que su energía mecánica total se mantiene constante a lo largo del movimiento:

$$E_p + E_c = \text{cte}$$

El sistema podrá variar su energía cinética y su energía potencial y cambiar por tanto de velocidad y de posición, con la única restricción de que la suma de aquéllas se mantenga constante. Así, un aumento en el término de energía cinética debe llevar asociado la disminución correspondiente de la energía potencial para que en conjunto nada cambie. Este sería el caso de un péndulo ideal sin rozamientos; si se le eleva a una altura dada y se le suelta a continuación, el péndulo oscilará indefinidamente, ganando velocidad a medida que pierde altura y posteriormente ganando altura a medida que pierde velocidad. Esta transformación continua e indefinida de energía potencial en energía cinética y viceversa es una consecuencia de la ecuación de conservación:

$$m\,g\,h + \frac{1}{2} m\,v^2 = cte$$

La conservación de la energía mecánica explica el principio empírico formulado por Galileo y defendido posteriormente por Leibniz según el cual un cuerpo que cae desde una altura dada adquiere una velocidad lo suficientemente grande como para, tras rebotar en el suelo, elevarse de nuevo hasta la altura inicial. Suponiendo despreciables las pérdidas de energía mecánica, por el choque contra el suelo y por rozamiento con el aire, la energía mecánica total inicial se ha de conservar. Al principio sólo es potencial; al llegar al suelo se ha transformado completamente en energía cinética, la cual, tras el choque, va convirtiéndose progresivamente en potencial conforme el cuerpo gana altura, hasta recuperar la posición inicial.

Disipación de la energía mecánica

Salvo en condiciones de espacio vacío (como ocurre en el espacio exterior a la atmósfera terrestre), los cuerpos se mueven en presencia de fuerzas de rozamiento que se oponen al movimiento y que tienden, por tanto, a frenarlo. Estas fuerzas se denominan también *disipativas* porque restan energía cinética a los cuerpos en movimiento y la disipan o desperdician en forma de calor.

El que sobre un cuerpo actúen fuerzas de rozamiento significa, desde el punto de vista de la energía en juego, que se produce una pérdida continua de energía mecánica la cual es transformada en energía calorífica. En tales casos la conservación de la energía mecánica deja de verificarse y con el tiempo toda la energía mecánica inicial termina disipándose.

En el caso de un péndulo real el rozamiento de la cuerda con el punto de suspensión y de la esfera con el aire va disipando energía mecánica, de modo que en cada oscilación la altura alcanzada es cada vez menor y al cabo de un cierto tiempo la esfera termina por pararse en el punto más bajo, agotando así tanto su energía cinética como su energía potencial. Esta es la razón por la cual es preciso «dar cuerda» a un reloj de péndulo, es decir, comunicarle por algún procedimiento una energía adicional que le permita compensar en cada oscilación las pérdidas por rozamientos y mantener el movimiento durante intervalos de tiempo muy largos.