

HOMOTECIAS (H)

§ Al número (μ) se llama razón de la homotecia:

$$d(O,P) / d(O, P') = \mu$$

§ Si (m)>0 (es positivo), los puntos P y P' están del mismo lado respecto al punto O.

§ Si (m)<0 (es negativo), los pts. P y P' están en lados distintos respecto al pto. O.

Producto de dos Homotecias:

$$H(0, \lambda) H(0, \lambda') = H(0, \lambda * \lambda') \text{ or } H(0, \lambda'')$$

à Si te dicen: determine la homotecia producto $H(0,2)$, lo que se hace es que se multiplican todos los puntos de la coordenada por 2.

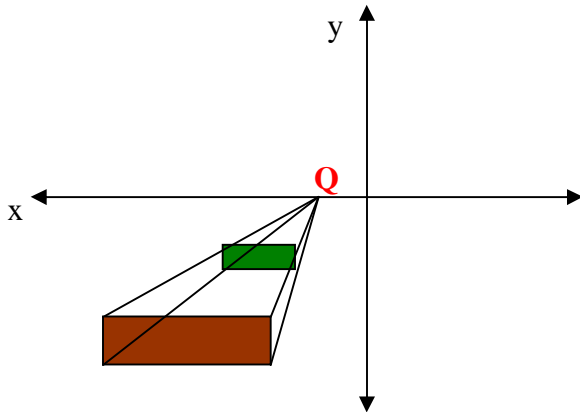
Ej:

$H(0,2)$ de un rectángulo con puntos: (1,2); (1,5); (4,2); (4,5).

Al realizar la homotecia, su nuevo rectángulo es: (2,4); (2,10); (8,4); (8,10).

La Homotecia con referencia a otro punto, diferente que O:

Si te dan: $H(Q,2)$ à eso quiere decir que la homotecia es a referencia del punto Q. Para hacer esto, se mide con una regla la distancia que hay entre el punto Q y cada punto de la figura, después se multiplica por 2, en este ejemplo, y del mismo lado respecto al punto Q, se dibujan los nuevos puntos de la figura.



PRODUCTO DE TRANSFORMACIONES DISTINTAS

$S_x R \neq R S_x$ (El producto de una rotación y una reflexión no es conmutativo!!!)

Recuerda: **SIEMPRE SE LEE DE DERECHA A IZQUIERDA!** Esto significa que tienes que realizar las transformaciones de derecha a izquierda.

Ej:

Realizar las transformaciones: TH si $T(x,y)$ à $(x-2, y+1)$ y $H(O, 3)$.

Los puntos son: M, P y N.

$M(1,1)$ à $(3,3)$ à $(1,4)$

$P(4,1)$ à $(12,3)$ à $(10,4)$

$N(4,4)$ à $(12,12)$ à $(10,13)$

SUCESIONES

- existen dos clases de sucesiones: **finita e infinita**
- n = posición

- si los términos van alternados (-1, 2, -4, 9...) se utiliza el $(-1)^n$ para obtener el término general de la sucesión.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Numero de Fibonacci: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 3$

Ejemplo:

Dado: $a_1 = a_2 = 1$. Encontrar sucesión:

$$a_3 = a_1 + a_2 = 1+1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2+1 = 3 \dots \text{etc.}$$

Secuencia Aritmética

$$\text{Sum: } S_n = (a_1 + a_n / 2) * n$$

Secuencia Geométrica

$$r = q_n / q_{n-1} = \text{constant} \quad (r \text{ is the ratio})$$

$$\text{Sum: } S_n = q_1 (1 - r^n) / 1 - r$$

Secuencia Infinita

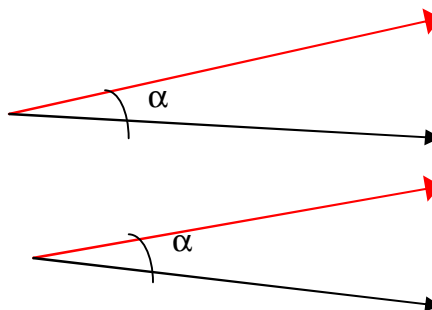
$$S = a / 1 - r \quad (r \text{ is the ratio})$$

SOLID GEOMETRY

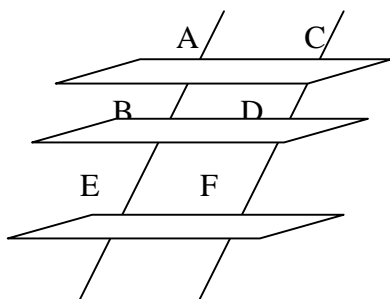
- Todos deben saber que son rectas paralelas, perpendiculares y cual es su punto de intersección. También deben saber que son planos perpendiculares y paralelos, o un punto con una recta, un punto con un plano, una recta con un plano, etc.

Teorema. Ángulos de lados paralelos en el espacio: ángulos cuyos lados son paralelos y dirigidos en el mismo sentido son iguales.

cada rayo de la figura son \parallel s
por lo tanto, los ángulos
compartidos de ambas
son iguales.



Teorema de Thales en el espacio: si dos rectas están cortadas por tres o mas planos paralelos, sus segmentos correspondientes son proporcionales.



$$AB / BE = CD / DF$$

$$AE / AB = CF / CD, \text{ etc.}$$

PERPENDICULARIDAD DE RECTAS Y PLANOS

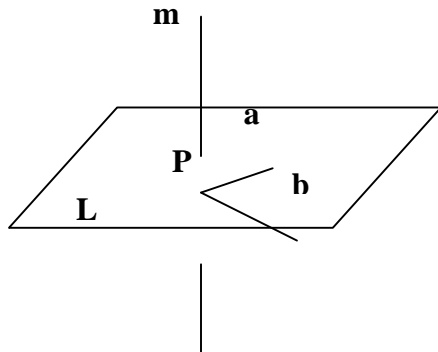
Recta perpendicular a un plano. Se dice que una recta es perpendicular a un plano si es perpendicular a todas las rectas del plano que pasan por la intersección.

Para que una recta r sea perpendicular a un plano, es necesario y suficiente que lo sea a dos rectas cualquiera no paralelas de dicho plano. (o sea, si tenemos un plano y arriba de este están dibujadas varias rectas, que pertenecen al plano; para determinar si una recta es perpendicular AL PLANO, solo tenemos que ver si esta recta es perpendicular a las rectas del plano.)

Postulados:

- 1) Por un punto P pasa un plano perpendicular a una recta y a solamente uno.
- 2) Si tenemos dos planos y una perpendicular a uno de ellos, también es perpendicular al otro.
- 3) Por un punto P de un plano pasa una recta perpendicular al plano y solamente una.
- 4) Por un punto P exterior a un plano, pasa una recta perpendicular al plano y solamente una.

Teorema fundamental de la perpendicularidad de recta y plano: si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, es perpendicular al plano determinado por estas.



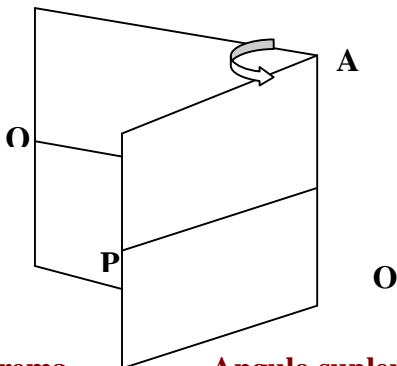
La recta m es perpendicular a las rectas a y b en su punto de intersección P , entonces, la recta m es perpendicular al plano L , ya que las rectas a y b pertenecen al plano.

Teorema de las tres perpendiculares: (si tenemos una recta CA que es perpendicular a un plano y tenemos otra recta AM que pertenece al plano, y es perpendicular a la recta PQ , entonces cualquier recta trazada por la recta CA y pasando por el punto M , es perpendicular a la recta PQ). Refiéranse a la pag. 151 (el dibujo, porque no soy capaz de dibujarlo).

ANGULOS DIEDROS

- Un ángulo diedro es la región del espacio, limitada por dos semiplanos, interceptados por la arista.
- **Arista del diedro:** es la recta común a las dos caras. (AB del figura de abajo).
- **Caras del diedro:** son los semiplanos que lo forman.
- Un diedro se puede nombrar por dos puntos de su arista o por un punto de cada cara. (ej: diedro AB , diedro PQ , diedro OA , etc de la figura de abajo).
- **Clasificación:** diedros agudos, rectos, obtusos, llanos, etc dependiendo del ángulo rectilíneo (o sea si es recto, es recto, si es agudo, es agudo...). También pueden ser consecutivos y adyacentes.
 - o Consecutivos: -arista comun, cara comun, pero otra cara en *distinto semiespacio* respecto de la cara comun.
 - o Adyacente: -arista comun, cara comun, pero otras dos caras estan en un *mismo plano*.
- **Planos perpendiculares:** dos planos son perpendiculares cuando se cortan formando cuatro diedros rectos.

Ángulo rectilíneo correspondiente a un diedro. (medida de un ángulo diedro): es el ángulo formado por dos rectas perpendiculares a la arista en un mismo punto.



La recta QO y PO son perpendiculares a la arista AB y cada una están en las caras respectivas del diedro. So, el ángulo rectilíneo es POQ .

Teorema. Ángulo suplementario de un diedro: si por un punto interior de un diedro se trazan perpendiculares a las caras del mismo, resulta un ángulo suplementario del diedro.

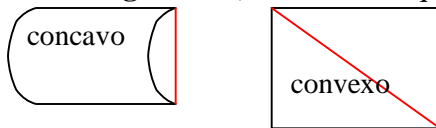
B

Se supone que si se trazan dos rectas perpendiculares a las caras de un mismo punto, el ángulo comprendido entre estas va a medir 90 cada uno, entonces su suma es 180. Por lo tanto, los otros dos ángulos restantes de la figura van a medir 180, porque una figura de cuatro ángulos mide 360. (ver dibujo en la pag. 158, donde las rectas perpendiculares son AB y BC)

-También si se extiende la recta DC hacia la izquierda, el ángulo formado con respecto a la recta AD, va ser igual a B. (referirse a la figura de la pag. 158).

ANGULOS POLIEDROS

- Ángulos diedros del ángulo poliedro son los formados por sus caras consecutivas.
- Un ángulo poliedro se nombra por el vértice, un guión y las letras de las aristas. Ej: V-ABCDE
- **Cara:** es el angulo formado por aristas y vértices.
- **Clasificación:** (según numero de caras) ángulo triedro, tetraedro, pentaedro, exaedro. También: **cóncavo** (cuando la diagonal esta fuera de la figura) y **convexo** (cuando la diagonal esta adentro). Y por ultimo: **regulares** o **irregulares** (de acuerdo a que sus caras sean o no polígonos regulares)



- **Angulo triedro:** ángulo poliedro formado por tres semirrectas y por tanto, tres caras. Consta de seis elementos: tres caras y tres diedros.

Teorema. Propiedad métrica de una cara de un triedro: toda cara de un triedro es menor que la suma de las otras dos.

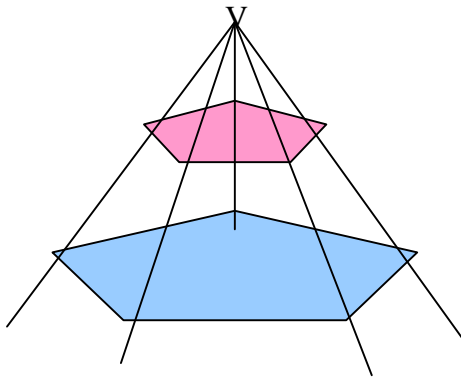
Teorema. Suma de las caras de cualquier poliedro: es menor que cuatro rectos:

$$0 < \text{à de caras} < 360$$

Teorema. Suma de los diedros de un triedro: esta comprendida entre dos y seis rectos:

$$180 < \text{à de diedros} < 540$$

Secciones paralelas de un ángulo poliedro: sección plana de un ángulo poliedro es todo polígono cuyos vértices son las intersecciones de sus aristas con un plano que corte a todas ellas.



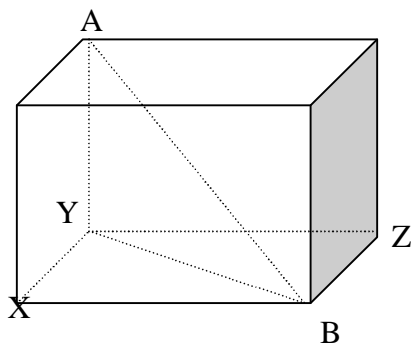
El polígono rosado es una sección paralela al otro polígono azul.

PRISMAS

- **Base:** secciones producidas por los dos planos paralelos.
- **Altura:** la porción de perpendicular a las bases comprendida entre estas.
- **Caras laterales:** paralelogramos comprendidos entre las bases y que limitan al prisma.
- **Aristas laterales:** intersecciones de las caras laterales.
- **Clasificación:** cóncavo y convexo, regulares e irregulares, y por el numero de lados que tengan las bases: triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc. También pueden ser **rectos** (cuyas bases son secciones rectas y por tanto las aristas laterales son perpendiculares a las bases) y **oblicuo** (es aquel cuyas bases no son secciones rectas y por tanto, las aristas laterales son oblicuas a las bases).

- **Prisma oblicuo:** 1) sección recta: es la producida por un plano perpendicular a las aristas laterales 2) la altura: es la perpendicular trazada de un vértice a la base superior al plano sobre el que se apoya dicho prisma. (ver figura a la pag. 186)

Teorema de Pitágoras en el espacio: el cuadrado de la diagonal de un paralelepípedo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un vértice.



$$AB^2 = AY^2 + XY^2 + YZ^2$$

Área lateral y total de un prisma RECTO:

$$A_L = p * h$$

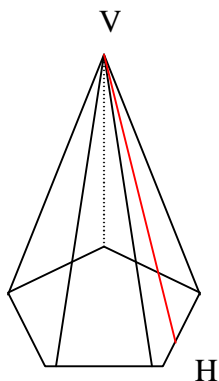
$$A_T = A_L + 2B \quad (\text{donde } B \text{ es el área de la base})$$

Volumen de un prisma RECTO:

$$V = B * h \quad (\text{donde } B \text{ sigue siendo el área de la base})$$

PIRÁMIDES

- **Base:** es la figura que ta abajo (capish?)
- **Caras laterales:** triángulos determinados por el vértice y cada lado de la base.
- **Aristas laterales:** intersecciones de las caras laterales.
- **Altura:** distancia desde el vértice al plano de la base. (teniendo en cuenta que es hasta el centro del plano de la base, no hasta uno de sus lados).
- **Apotema:** altura de una cualquiera de sus caras laterales
- **Clasificación:** (de acuerdo con la clase de polígonos de la base): triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc.
- **Tetraedro:** es una pirámide triangular formada por cuatro triángulos equiláteros (cualquiera de sus cuatro caras puede tomarse como base)



VH es el apotema

Área de la Pirámide REGULAR:

$$S = \frac{1}{2} * p * a \quad (\text{a es la longitud del apotema y p es el perímetro de la base})$$

Área Total de un Pirámide: se obtiene sumando al área lateral mas el área de la base (esta depende del polígono que sea):

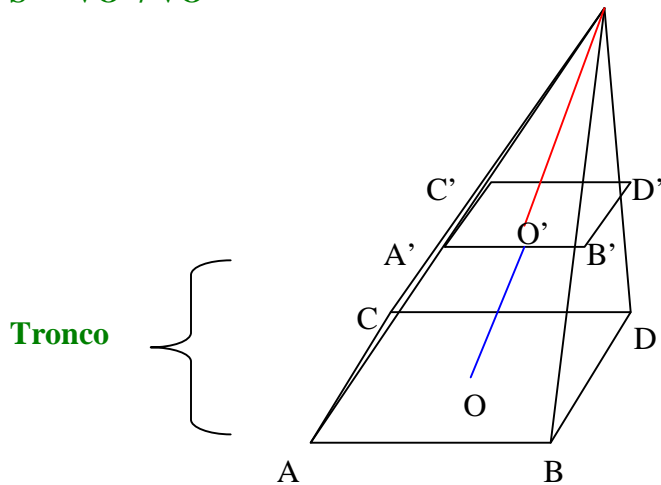
$$A_T = A_L + B \quad (B: \text{área de la base})$$

Teorema. La razón entre el área de la base de una pirámide y el área de una sección paralela a esta es igual a la razón entre los cuadrados de sus distancias al vértice.

V

<p>VO = distancia del vértice a la base VO' = distancia del vértice a la</p>
--

$$S / S' = VO^2 / VO'^2$$



Volumen de una Pirámide. Teorema: el volumen de una pirámide cualquiera es igual a 1/3 del producto del área de la base por la medida de la altura:

$$V = 1/3 * B * h$$

Tronco de Pirámide: Es la porción de pirámide comprendida entre la base y una sección paralela a ella.

- **Bases del Tronco:** la base de la pirámide y la sección paralela a la base.
- **Altura del Tronco:** distancia entre los planos y sus bases.
- **Apotema del Tronco:** altura de una de sus caras laterales.
- **Pirámide deficiente:** parte de la pirámide que se supone comprendida entre la base menor y el vértice.

Area Lateral del Tronco de Pirámide REGULAR:

$$S = 1/2 * a * (p + p') \quad (\text{a es el apotema del tronco, p y p' son los perímetros de las dos bases})$$

Volumen del Tronco de Pirámide:

$$V = 1/3 * h * (b + b' + \sqrt{bb'}) \quad (\text{b y b' son las áreas de sus bases y h altura})$$