

Conceptos básicos

1. Definición de límite real de una sucesión.

Diremos que una sucesión tiene por límite el número real L , y escribiremos $\lim. A_n=L$,

cuando los términos de la sucesión se aproximen tanto como queramos a L : o sea, cuando dado un entorno de centro L , de radio tan pequeño como queramos siempre existe un término de la sucesión, a partir del cual y todos los que le siguen están dentro del entorno.

El límite real de una sucesión, si existe, es único.

2. Definición de límite + de una sucesión y ejemplo.

Diremos que una sucesión A_n tiene por límite +, y escribiremos $\lim. A_n = +\infty$,

si dado un número real positivo H , tan grande como queramos, existe un término en la sucesión, a partir del cual y todos los que le siguen son mayores que H .

Ejemplo: 1, 2, 3, 4, 5, 6,.....

3. Definición de límite -infinito de una sucesión y ejemplo.

Diremos que una sucesión A_n tiene por límite -, y escribiremos $\lim. A_n = -\infty$,

si dado un número real negativo H , tan pequeño como queramos, existe un término en la sucesión, a partir del cual y todos los que le siguen son menores que H .

Ejemplo: -1, -2, -3, -4, -5, -6,.....

4. Definición de sucesión monótona creciente y ejemplo.

Diremos que una sucesión A_n es monótona creciente cuando cada término de la sucesión mayor o igual que el anterior; es decir:

Ejemplo: 1, 2, 3, 4, 5, 6,.....

5. Definición de sucesión monótona decreciente y ejemplo.

Diremos que una sucesión A_n es monótona decreciente cuando cada término de la sucesión es menor o igual que el anterior; es decir:

Ejemplo: 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6,.....

6. Definición de sucesión acotada superiormente y cota superior.

Ejemplo:

Dada una sucesión A_n , diremos que está acotada superiormente, si todos sus términos son menores o iguales que un cierto número real K , que llamaremos cota superior de la sucesión; es decir:

Ejemplo: 4,9, 4,999, 4,999999,..... cota superior = 5

7. Definición de sucesión acotada inferiormente y cota inferior.

Ejemplo:

Dada una sucesión A_n , diremos que está acotada inferiormente, si todos sus términos son mayores o iguales que un cierto, número real K , que llamaremos cota inferior de la sucesión; es decir:

Ejemplo: 1, 2, 3, 4, 5, 6,..... cota inferior = 0

8. Definición de sucesión acotada y ejemplo.

Dada una sucesión A_n , diremos que está acotada, si lo está a la vez

superiormente e inferiormente.

Ejemplo: 4,9, 4,999, 4,9999,.....

cota superior = 5

cota inferior = 3

9. Casos de indeterminación.

Los casos de indeterminación que se nos pueden presentar al calcular límites de sucesiones son:

- | | | | |
|----|----|----|----|
| a) | b) | c) | d) |
| e) | f) | g) | |

10. Límites de una suceión que tiene por término general un cociente entre dos polinómios.

- | | |
|--------|---|
| | a) si grado $P(n)$ > grado $Q(n)$ el límite será $+\infty$ - |
| $P(n)$ | b) si grado $P(n)$ < grado $Q(n)$ el límite será cero. |
| $Q(n)$ | c) si grado $P(n)$ = grado $Q(n)$ el límite será el cociente entre los coeficientes de los términos de mayor grado. |

11. Límite de una sucesión que tiene por término general un polinomio.

Las sucesiones que tienen por término general un polinomio ($\lim P(n)$) serán de límite $+\infty$ - $-\infty$, según el signo positivo o negativo, respectivamente, del coeficiente del término de mayor grado.

12. Sucesión $(1+1/n)$

La sucesión $(1+1/n)$ es monótona creciente y está acotada superiormente (3), por lo tanto es convergente y su límite es un número irracional, que llamaremos e ($e = 2,7182\dots$).

