# OPERACIONES CON NÚMEROS IMAGINARIOS Y COMPLEJOS.

-) Potencias de la Unidad Imaginaria:

$i = \sqrt{1}$
$i^2 = -1$
$i^3 = -i$
$i^4 = 1$

Para determinar el resultado de cualquier potencia de la unidad imaginaria "i" se toma su exponente, se lo divide por 4 (cuatro), y el resto de esa división que será siempre menor que 4 (cuatro), será en definitiva el valor buscado que quedará encuadrado dentro de la primeros cuatro valores de la tabla anterior.

Ejemplo: a) $i^{18} =$ 18 :4
2 4

$i^{18} = i^4\, i^4\, i^4\, i^4\, i^2 = i^2$
$i^{18} = -1$

b) $i^{273} =$ 273 :4
1 68

$i^{273} = \sqrt{-1}$

-) Suma de números Complejos:
El resultado es otro complejo que se obtendrá sumando respectivamente las partes reales e imaginarias de los complejos dados.

Ejemplo: $(-3/4 + 5i) + (2 – 3i) = (-3/4 + 2) + (5i – 3i)$
$= \mathbf{5/4 + 2i}$

-) Producto de Complejos:

a) Producto de un Complejo por un Real:
El resultado es otro Complejo que se obtiene multiplicando las partes del complejo dadopor dicho número real.

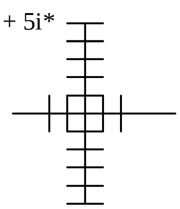
Ejemplo: $(0,3 – 2/3i) .4 = (0,3 .4) + (-2/3i .4)$
$= 1,2 – 8/3i$

b) Producto de dos Complejos:
El resultado es otro Complejo que se obtiene multiplicando cada una de las partes de uno de los complejos por las otras partes del otro complejo recordando que $i^2 = -1$

Ejemplo: $(4/5 – 3i) . (-3/7 + 5i) = 4/5 . 5i + 4/5 . (-3/7) – 3i . (-3/7) – 3i . 5i$
$= 4i – 12/35 + 9/7i - 15i^2$
$= -12/35 + 37/7\, i + 15$
$= \mathbf{513/35 + 37/7i}$

Complejos Opuestos:
Son aquel par de Complejos que difieren en el signo de la parte real e imaginaria. Su ubicación en el diagrama resultará simétrica con respecto al centro del mismo.

Ejemplo: -2 + 5i
2 – 5i

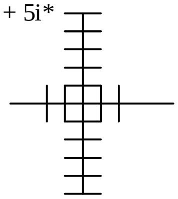
-2 + 5i*

2 – 5i*

Complejos Conjugados:

Son aquel par de Complejos que solo difieren en el signo de las partes imaginarias. Su ubicación es simétrico con respecto al eje real.

Ejemplo: -2 + 5i
-2 – 5i

-2 + 5i*



-2 - 5i*

Producto de Complejos Conjugados.
El producto de dos Complejos Conjugados dará como resultado un número real cuyo valor es la suma del cuadrado de la parte real más el cuadrado de la componente real e imaginaria.

Ejemplo: $(3 - 4i) . (3 + 4i) = 9 + 12i - 12i + 16i^2$
$= 9 + 16$
$= 25$

División de Complejos:

a) Por un número Real:
Dará por resultado otro Complejo cuya parte Real e Imaginaria se obtendrá dividiendo el Complejo dado por dicho Real.

Ejemplo: (14 + 7i) /41 = (14/41) + (7i/41)
= 14/41 + 7/41i.

División de dos Complejos:

Ejemplo: $\frac{4+5i}{-3+4i} . \frac{-3-4i}{-3-4i} = \frac{-12 -16i -15i + 20i^2}{9+16}$

$= \frac{8 - 31i}{25}$

= **8/25 – 31/25i**

Operaciones Algebráicas.

Expresiones Albegráica.
Es aquella expresión constituída por un número y una letra que se encuentran vinculadas entre sí por las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, radicación y potenciación.

Ejemplo: $\frac{0,3 . a^2 . \sqrt{b}}{8} + 1/4\ ab$

Monomio.
Expresión algebraica que se encuentra vinculada por las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, radicación y potenciación. Podemos decir también que es la expresión algebraica comprendidos entre signos + ó -.

Ejemplo: $4/3x^2\sqrt{y}$

Polinomio.
Expresión algebraica consituída por dos o más monomios también llamados términos del polinomio. Si son dos los términos, se llamará binomio, si son tres será trinomio y así sucesivamente.

Ejemplo: $4/3x^2\sqrt{y} + 2/3ab$

Coeficiente.
Es el valor numérico que normalmente precede cada término del monomio o el polinomio.

Ejemplo: $4/3x^2ab$

Coeficiente

Si en un término existen varios valores numéricos, su coeficiente será el resultado que se obtenga entre ellos.

Ejemplo: $\frac{3ab7c^4}{21} = \frac{3.7abc^4}{21}$

$= abc^4$

Grado de un Monomio.
Está dado por la suma de los exponentes de los valores literales que lo constituyen.

Ejemplo: $2^3\ x^2$ = grado $5^{to}$

Grado de un polinomio.
Queda definido por el más alto grado del término que lo integra.

Ejemplo: $1/3ab^2c^4 – 0,5\ a^3$
($6^{to}$ grado) ($3^{er}$ grado)=> polinomio de $6^{to}$ grado.

Ordenamiento de un polinomio.
Un polinomio puede ordenarse en forma creciente o decreciente según unas letras ordenatriz. El ordenamiento será creciente si los exponentes de dicha letra ordenatriz van en aumento, y será decreciente si los exponente de dicha letra van en disminución.

Ejemplo:

Términos o monomios semejantes.
Son aquellos términos que tiene la misma letra con los mismo exponentes, es decir, solo difieren en el valor de sus coeficientes.

Ejemplo:

Operaciones Algebraicas.

Suma Algebraicas.
Solo puede realizarse entre aquellos términos que son semejantes y su resultado será otro término semejante a los dados cuyo coeficiente será la suma entre ellos.

Ejemplo:

Producto Algebraico.

a) Productos de monomios.
Da como resultadp otro monomio cuyo signo queda definido por la regla de los signos de la multiplicación, su coeficiente será el producto de los coeficientes de los monomios dados, y los valores literales lo formarán las letras de ambos monomios; los que se repiten van una sola vez sumando sus exponentes.

Ejemplo:

b) Producto de un polinomio por un monomio.
Da como resultado otro polinomio que se obtiene multiplicando cada término del polinomio que se obtiene multiplicando cada término del polinomio por el del monomio dado, y efectuando en cada operación todo lo indicado en el punto anterior.

Ejemplo:

c) Productos de Polinomios.

Da como resultado otro polinomio que se obtiene multiplicando cada término de uno de los polinomios por todos los términos del otro polinomio, se efctuará luego la suma de aquellos términos que son semejantes si los hubiera, operación que se conoce como reducción de semejantes.

Ejemplo:

Cociente Algebraico.

a) Cociente de monomios.

Da como resultado otro monomio cuyo signo será de acuerdo a la regla de los signos de la división, con un coeficiente que será el resultado de los coeficientes de los monomios dados y su valor literal se obtendrá de la siguiente forma:

1) si la letra solo está en el dividendo irá al resultado con su exponente;
2) si la letra solo está en el divisior irá al resultado con su exponente cambiado de signo;
3) si la letra está en el dividendo y en el divisor, irá al resultado con su exponente que es la diferencia entre el exponente del dividendo y del divisor.

Ejemplo:

b) División de un polinomio por un monomio.

Se divide cada término del polinomio por el monomio dado efectuando en cada operación los indicado en el punto anterior.

Ejemplo:

c) División de polinomios.

Dado un polinomio llamado dividendo (Dx), ordenado según las potencias decrecientes de una letra ordenatriz; y otro polinomio llamado divisor (dx); se llamará cociente o resultado (Cx) a un polinomio o monomio tal que multiplicado por el divisor mas el polinomio o monomio llamado resto (R) me da como resultado el dividendo.

Ejemplo: D(x) : d(x)
R C(x) => C(x) . d(x) + R = D(x)

Procedimiento para la División de Polinomios.

1) Se ordena dividendo y divisor según las potencias decrecientes de una misma letra ordenatriz;
2) Se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor obteniéndose el primer término del cociente o resultado;
3) El cociente hallado se lo multiplica por todos los términos del divisor y se lo resta (resta significa cambiar de signo a cada producto)a al dividendo, obteniéndose un nuevo dividendo;
4) Se divide el primer término del nuevo dividendo por el primer término del divisor obteniéndose el segundo término del cociente o resultado;
5) La operación se continúa en la misma forma hasta que el nuevo dividendo sea de grado inferior al del divisor en la letra ordenatriz con lo que pasará a ser el resto de la división.

Ejemplo:

En un cociente de polinomios donde el divisor es de primer grado de la forma “x + ó – (constante) => (x-3)”, puede hallarse el cociente o resultado y el resto aplicando las conclusiones de Ruffini.

Conclusiones de Ruffini.

1) Se ordena y se completa el dividendo agregando coeficiente cero (0) en el caso que falte alguna potencia.
2) El cociente o resultado será completo y de grado inferior en una unidad ($x^3$ => $x^2$) al grado del dividendo.
3) El primer coeficiente del resultado será igual al primer coeficiente del dividendo.
4) El segundo coeficiente del resultado será igual al coeficiente anterior por el término independiente del divisor cambiado de signo a lo que se suma el segundo coeficiente del dividendo.
5) Los demás coeficientes se hayan en la misma forma dependiente del resultado por el término independiente del divisor cambiado de signo más el término independiente del dividendo.

Ejemplo:

Teorema del Resto.

En un cociente de polinomios donde el divisor es de primer grado de la forma x + ó – a, el valor del resto de esa división será el resultado del dividendo cuando su variable se hace igual al término independiente del divisor cambiado de signo.

Ejemplo:

Teoremas relativos a la divisibilidad de la suma o diferencia de potencia de igual grado dividido la suma o diferencia de las bases.

-

Regla de los signos de la potenciación.

-

Potenciación Algebraica.

Potenciación de un monomio.
Da como resultado otro monomio cuyo signo queda definido por las reglas de los signos de la potenciación; su coeficiente será la potencia del coeficiente del monomio y sus valores literales serán las mismas letras del monomio con un exponente que es el producto de su exponente por la potencia.

Ejemplo:

Potencia de exponente cero (0), negativa, fraccionaria.

a) Con exponente cero (0).
Cualquier valor literal o numérico elevado a la potencia cero es igual a la unidad.

Ejemplo:

b) Con exponente negativo.
Cualquier valor literal o numérico con exponente negativo es igual a la inversa con exponente positivo y reciprocamente.

Ejemplo:

c) Exponente fraccionario.
Cualquier valor afectado simultáneamente por una potencia y un radical puede expresarse con exponente fraccionario en el que el numerador es el grado de la potencia y el denominador de la raíz y reciprocamente.

Potencia de un binomio.

a) Binomio al cuadrado.
Ejemplo:

b) Binomio al cubo.
Ejemplo:

Suma por diferecnia de términos iguales.
El producto de la suma por la diferencia de términos iguales e igual a la diferencia de sus cuadrados.

Ejemplo:

Factores Algebraicos.
Significa transformar una suma algebraica en un producto algebraico.

1$^{er}$ caso: Factor Común
Cuando los términos de un polinomio tienen un factor qu es común, se puede extraer a éste fuera del paréntesis, dentro del cual se escribe el cociente de dividir dicho polinomio por elñ factor común.

2$^{do}$ caso: Descomposición en grupos de términos con un factor común.

Si los términos de un polinomio no tienen un factor común, pero en cambio puede descomponerse dicho polinomio en grupos de igual número de términos en los que aparezca algún factor común; sis sacando estos factores comunes el polinomio que queda dentro del paréntesis es el mismo, se puede sacar a su vez como factor común.

3$^{er}$ caso: Trinomio Cuadrado Perfecto.
Todo trinomio cuadrado perfecto puede descomponerse en el producto de dos factores binomio iuguales a la suma o diferencia de las bases de los cuadrados perfectos según que el segundo término sea negativo o positivo.

4$^{to}$ caso: Cuatrinomio cubo Perfecto.
Todo cuatrinomio cubo perfecto puede descomponerse en el producto de tres factores binomios iguales a la suma o diferencia de las bases de los cubos perfectos según que el segundo y cuarto término sean positivos o negativos.

5$^{to}$ caso: Diferencia de Cuadrados.
Toda diferencia de cuadrados se puede descomponer en el producto de los factores binomios iguales a la suma por la diferencia de la bases de dichos cuadrados.

6$^{to}$ caso: Suma o diferencia de potencias de igual grado.

I) Suma de potencias de igual grado impar.
Es igual al producto de la suma de las bases por un polinomio completo y homogéneo de grado inferior en una unidad al polinomio a factorear, con potencias decrecientes en X y crecientes en A, con los signos alternativamente negativos y positivos.

II) Diferencia de potencias de igual grado impar.
Es divisible por la diferecnia de sus bases.

III) Diferencia de potencias de igual grado par.
Siendo el exponente par, será igual a dos por otro número con lo cual, reemplazándolo en la expresión dad podrá resolverse por el quinto caso de factoreo, es decir el porducto de la suma por la diferencia de las bases.

IV) Suma de potencias de igual grado par.
La suma de potencias de igual grado par en primera instancia no se podrá resolver ya que nos divisible ni por la suma ni por la diferencia de las bases. Esto no es absoluto, ya que dicho exponente par es el producto de dos factores en el que uno de ellos es impar podrá resolverse según el punto I .

Radicación Algebraica.

La raíz enécima de un valor es igual a X si se verifica que X elevado a la enécima potencia es igual a dicho valor.

Regla de los signo s de la radicación.

a) Raíz de índice par, radicando positivo, es igual a dos raíces de igual valor absoluto y distinto signo.
b) Índice impar, radicando positivo, es igual a raíz única y positiva.
c) Índice impar, radicando negativo, raíz única y negativa.
d) Índice par de radicando negativo, no tiene solución real.

Propiedades de los radicales.

a) La raíz “n” de un producto es igual a las raíces “n” de cada uno de los factores y reciprocamente.
b) La raíz “n” de un cociente es igual al cociente de la raíz “n” del dividendo dividido la raíz “n” del divisor y reciprocamente.
c) Un radical cuyo índice está dado por el producto de dos factores, puede expresarse como un radical doble que tiene como índice cada uno de los factores y recíprocamente.
d) Si en un radical se multiplica o se divide índice y exponente por el mismo valor, el radical no varía.

Simplificación de Radicales.
Es obtener otro radical igual al dado de menor índice. Para lograrlo se divide índice y exponente por un divisor común.

Reducción de radicales.