

1. TEORÍA DE CONJUNTOS

CONCEPTO DE PERTENENCIA: " \in "

Sea el conjunto $A = \{a, b\}$
 $\Rightarrow a \in A$
 $\Rightarrow b \in A \wedge c \notin A$

CONCEPTO DE SUBCONJUNTO: " \subset "

$A \subset B \Leftrightarrow [x \in A \Rightarrow x \in B, \forall x]$
 $\emptyset \subset A, \forall A$
 $A \subset A, \forall A$

CONJUNTOS ESPECIALES

Conjunto Vacío: $\emptyset = \{ \}$

$\{\emptyset\} \neq \emptyset \neq \{0\}$

Conjunto Universo: " U "

Es aquel formado por todos los elementos involucrados en el problema.

Conjunto Potencia: " $P(A)$ "

Es el formado por todos los subconjuntos del conjunto A .

$\# P(A) = 2^n$; n : nº de elementos de A .

OPERACIONES

UNIÓN: $A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$

INTERSECCIÓN: $A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$

$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$

$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A$ y B son disjuntos.

DIFERENCIA: $A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$

COMPLEMENTO: $A^c = \{x / x \notin A \wedge x \in U\}$

$(A \cup A^c) = U$

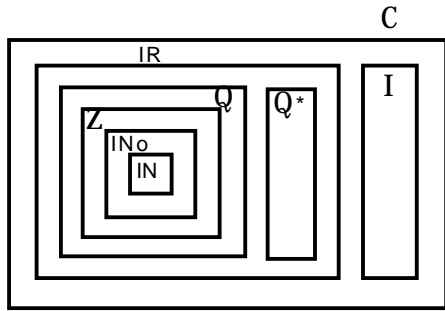
$(A \cap A^c) = \emptyset$

$\emptyset^c = U$; $U^c = \emptyset$; $A^c = U - A$

2. CONJUNTOS NUMÉRICOS

DIAGRAMA DE CONJUNTOS

IN: Naturales	Q*: Irracionales
INo: Cardinales	IR: Reales
Z: Enteros	I: Imaginarios
Q: Racionales	C: Complejos

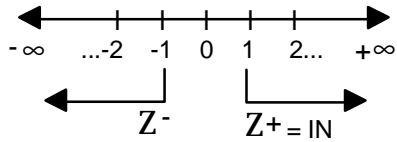


$$\begin{aligned} \text{IN} &\subset \text{INo} \subset \text{Z} \subset \text{Q} \subset \text{IR} \subset \text{C} \\ \text{Q} \cap \text{Q}^* &= \emptyset ; \text{Q} \cup \text{Q}^* = \text{IR} \\ \text{IR} \cap \text{I} &= \emptyset ; \text{IR} \cup \text{I} = \text{C} \end{aligned}$$

Dado un conjunto A, se define A^c como complemento de A al conjunto de elementos del universo que no pertenece a A.

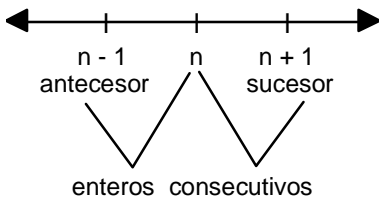
NÚMEROS ENTEROS

CONJUNTO Z



$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$$

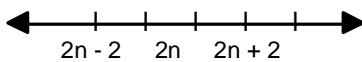
CONSECUTIVIDAD NUMÉRICA



PARIDAD E IMPARIDAD

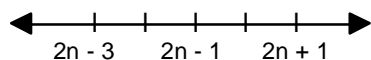
Números Pares:

Son de la forma: $2n$; $n \in Z$



Números Impares:

Son de la forma: $2n - 1$; $n \in \mathbb{Z}$



Números Primos:

Un número $p > 1$ se llama primo si es divisible sólo por 1 y por p . Algunos primos conocidos: 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - ... - 1234567891-

NOTA: El cero no se define como par ni como impar. El 1 no es primo.

PRIORIDAD DE OPERACIONES

1º Potencias

2º Multiplicación y/o división

3º Suma y/o resta

Calcular el M.C.M. entre 6, 9 y 12.

Se realizan divisiones sucesivas por los factores primos hasta lograr un 1 en cada columna.

6	9	12		2
3	9	6		2
3	9	3		3
1	3	1		3
1	1	1		

$$\Rightarrow \text{M.C.M.} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Se realizan divisiones sucesivas por sólo los factores primos que dividan a todos los números. Esto se realiza sucesivamente hasta lograr en las columnas números primos entre sí.

36	18	24		2
18	9	12		3
6	3	4		

Primos entre sí.

$$\Rightarrow \text{M.C.D.} = 2 \cdot 3 = 6$$

NÚMEROS RACIONALES

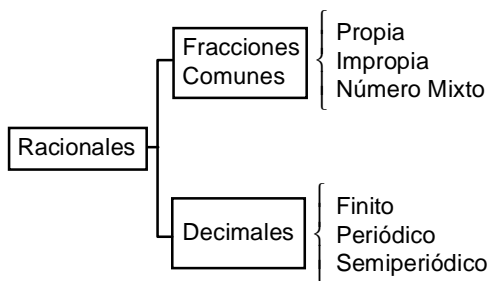
DEFINICIÓN

$$\mathbb{Q} = \left\{ x = \frac{a}{b} / a \wedge b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

a : numerador

b : denominador

x : cuociente



AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN

Amplificación:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad \text{con } n \in \mathbb{IN}$$

Simplificación:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{n}}{\frac{b}{n}} \quad \text{con } n \in \mathbb{IN}$$

- Comparación de 2 fracciones

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{7}$$

$$3 \cdot 7 ? 4 \cdot 5$$

$$21 > 20$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{7}$$

- Igualación de denominadores (2 o más fracciones)

Sean las siguientes fracciones:

$$\frac{5}{7}, \frac{11}{14}, \frac{39}{56}$$

M.C.M. entre 7, 14 y 56 es 56; luego, amplificando tenemos:

$$\frac{40}{56}, \frac{44}{56}, \frac{39}{56}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{14} > \frac{5}{7} > \frac{39}{56}$$

OPERATORIA CON FRACCIONES

Suma y Resta:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

Multiplicación:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

División:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Decimal Finito:

$$0,125 = \frac{125}{1000} ; 2,5 = \frac{25}{10}$$

Decimal Periódico:

$$0,121212\dots = 0,\overline{12} = \frac{12}{99};$$

$$2,\overline{5} = \frac{25 - 2}{9} = \frac{23}{9}$$

Decimal Semiperiódico:

$$0,214343\dots = 0,21\overline{43} = \frac{2143 - 21}{9900} = \frac{2122}{9900}$$

$$2,5\overline{4} = \frac{254 - 25}{90} = \frac{229}{90}$$

POTENCIAS**DEFINICIÓN**

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

PROPIEDADES Y EJEMPLOS

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$x^5 \cdot x^4 = x^9$
$a^n : a^m = a^{n-m} (a \neq 0)$	$x^5 : x^4 = x$
$a^0 = 1, \forall a \neq 0$	$6^0 = 1$
$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n (a \neq 0)$	$y^{-3} = \frac{1}{y^3}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$2^4 \cdot 3^4 = 6^4$
$a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n (b \neq 0)$	$6^4 : 3^4 = 2^4$
$(a^n)^m = (a^m)^n = a^{n \cdot m}$	$(x^2)^6 = x^{12}$

POTENCIAS DE 10

n	10^n
$n < 0$	$0,000\overline{01}$ 14243 n ceros
$n = 0$	1
$n > 0$	$1000\overline{000}$ 14243 n ceros

APLICACIÓN DE LAS POTENCIAS DE 10

$$3400 = 34 \cdot 10^2$$

$$0,004 = 4 \cdot 10^{-3}$$

$$3400 = 3,4 \cdot 10^3$$

$$0,00043 = 4,3 \cdot 10^{-4}$$

SIGNO DE UNA POTENCIA

n	a^n
PAR	POSITIVO
IMPAR	SIGNO DE a

Ejemplo : $-22 = -2 \cdot 2 = -4$; $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$

RAÍCES

DEFINICIÓN $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$; $m \neq 0$

PROPIEDADES

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad b \neq 0$$

$$\sqrt[n]{a^n} \cdot b = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

ÁLGEBRA

TÉRMINO ALGEBRAICO

$$3x^2b; 2a; \frac{3x}{y}; K$$

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

$$3x^2b + 2a - \frac{3x}{y}$$

Clasificación:

- i. Monomio: $3x^2b$
- ii. Polinomio:
 - Binomio: $3x^2b + 2a$
 - Trinomio: $3x^2b + 2a - 2xb$

Suma y Resta:

$$3x + (8x - 5xy) = 3x + 8x - 5xy = 11x - 5xy$$

Multiplicación:

$$\begin{aligned} (2ab + b) \cdot (1 - a) &= \\ 2ab \cdot 1 - 2ab \cdot a + b \cdot 1 - b \cdot a &= \\ ab - 2a^2b + b & \end{aligned}$$

Productos Notables:

i. Cuadrado de binomio:

$$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$$

ii. Suma por diferencia:

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

iii. Binomio por binomio:

$$(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

iv. Cubo de binomio:

$$(x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$$

v. Cuadrado de trinomio:

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Factorización:

i. Sacar factor común:

$$18x^2y^2 - 3x^3y^2 = 3x^2y^2(6y - x)$$

ii. Por agrupación:

$$ax + bx + ay + by$$

$$x(a + b) + y(a + b)$$

$$(a + b) \cdot (x + y)$$

iii. Binomio por binomio:

$$x^2 - 3x - 10 = (x + 2) \cdot (x - 5)$$

iv. Suma y diferencia de cubos:

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$$

División:

$$\frac{x^2 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x + y) \cdot (x + y)}{(x + y) \cdot (x - y)} = \frac{x + y}{x - y}$$

Determinación del M.C.D. y M.C.M.

Entre términos algebraicos.

i. M.C.D.: Equivale el factor común con su menor exponente.

$$2x^3y^5; 4x^2y^2z^2 \Rightarrow \text{M. C. D.} = 2x^2y^2$$

i. M.C.M.: Menor término que los contiene a todos. Todos los factores con su mayor exponente.

$$2x^3y^5; 4x^2y^2z^2 \Rightarrow \text{M. C. M.} = 4x^3y^5z^2$$

Entre expresiones algebraicas.

Aquí es recomendable factorizar previamente las expresiones.

I. M.C.D.:

$$(x + y)^2; (x^2 - y^2)$$

$$(x + y)^2; (x + y) \cdot (x - y)$$

$$\Rightarrow \text{M. C. D.} = (x + y)$$

ii. **M.C.M.:**

$$(x + y)^2; (x^2 - y^2)$$

$$(x + y)^2; (x + y) \cdot (x - y)$$

$$\Rightarrow \text{M. C. M.} = (x + y)^2(x - y)$$

ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

ECUACIONES

Como ejemplo, se resolverá

$$\frac{3x}{5} + \frac{3}{15} = \frac{3x}{10} - 2$$

$$\frac{3x}{5} - \frac{3x}{10} = -2 - \frac{3}{15} \quad / \bullet 30$$

$$18x - 9x = -60 - 6$$

$$9x = -66$$

$$x = \frac{-66}{9}$$

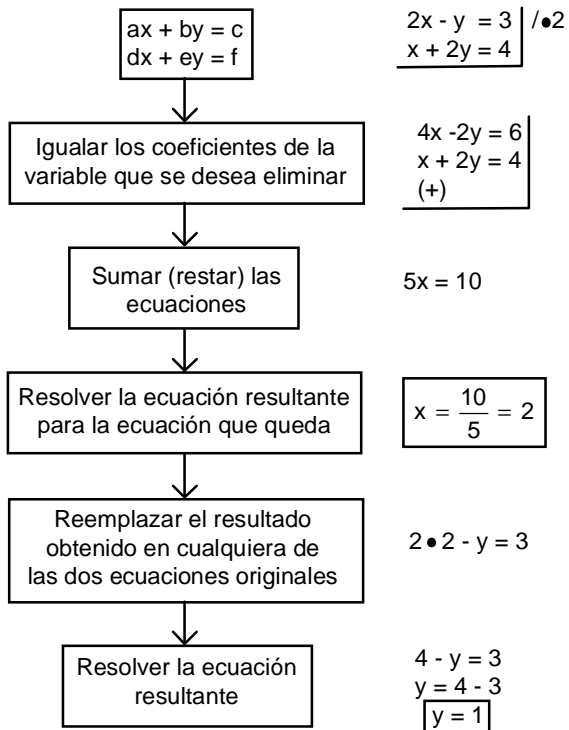
$$x = \frac{-22}{3}$$

SISTEMAS DE ECUACIONES

Métodos de resolución:

- Eliminación por Reducción
- Eliminación por Sustitución

Método de eliminación por reducción Ejemplo



OBSERVACIÓN

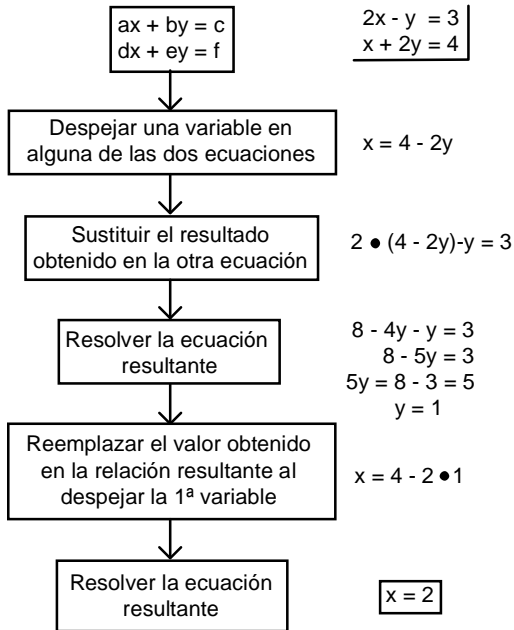
Dado el sistema :

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array}$$

Si $a \cdot e - b \cdot d \neq 0$, entonces tiene una solución.

Si $a \cdot e - b \cdot d = 0$, entonces NO tiene solución o tiene infinita soluciones.

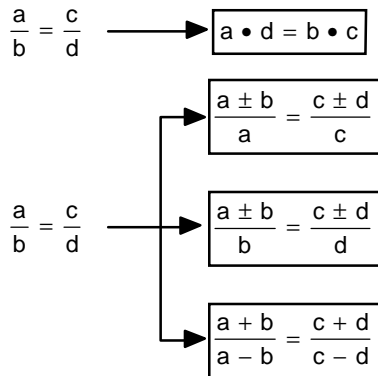
**Método de eliminación Ejemplo
por sustitución:**



RAZONES Y PROPORCIONES

Razón : Relación (división entre dos cantidades homogéneas).

Proporción : Igualdad de dos razones.



SERIE DE RAZONES

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \mathbf{K} = k$$

$$\frac{a + c + e + \mathbf{K}}{b + d + f + \mathbf{K}} = k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \mathbf{K}$$

PROPORCIÓN DIRECTA

X es directamente proporcional a Y si:

$$\frac{X}{Y} = K; K: \text{constante}$$

PROPORCIÓN INVERSA

X es inversamente proporcional a Y si:

$$X \cdot Y = K; K \text{ constante}$$

PORCENTAJES

El porcentaje es siempre una proporción directa, $a\% = \frac{a}{100}$

TANTO POR CIENTO DE UN NÚMERO

El a % de T es:

$$\begin{array}{l} T \rightarrow 100\% \\ x \rightarrow a\% \end{array} \Rightarrow \frac{T}{x} = \frac{100}{a} \Rightarrow x = \frac{a}{100} \cdot T$$

RELACIÓN PORCENTUAL DE DOS NÚMEROS

¿Qué % es a de T?

$$\begin{array}{l} T \rightarrow 100\% \\ a \rightarrow x\% \end{array} \Rightarrow \frac{T}{a} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{a}{T} \cdot 100\%$$

CÁLCULO DEL TOTAL, CONOCIDO EL PORCENTAJE

¿De qué número, a es el b%?

$$\begin{array}{l} x \rightarrow 100\% \\ a \rightarrow b\% \end{array} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{100}{b} \Rightarrow x = \frac{a}{b} \cdot 100$$

PORCENTAJES SUCESIVOS

El p% del q% de A es x

$$\Rightarrow x = \frac{p}{100} \cdot \frac{q}{100} \cdot A$$

PORCENTAJES ESPECIALES

$$10\% \text{ de } A \rightarrow \frac{A}{10} \rightarrow 0,1A$$

$$20\% \text{ de } A \rightarrow \frac{A}{5} \rightarrow 0,2A$$

$$25\% \text{ de } A \rightarrow \frac{A}{4} \rightarrow 0,25A$$

$$33,3\% \text{ de } A \rightarrow \frac{A}{3} \rightarrow 0,3\bar{3}A$$

$$50\% \text{ de } A \rightarrow \frac{A}{2} \rightarrow 0,5A$$

$$66,6\% \text{ de } A \rightarrow \frac{2A}{3} \rightarrow 0,6\bar{6}A$$

$$75\% \text{ de } A \rightarrow \frac{3}{4}A \rightarrow 0,75A$$

$$90\% \text{ de } A \rightarrow 9 \cdot 10\%A = \frac{9A}{10}$$

$$100\% \text{ de } A \rightarrow \text{todo } A \rightarrow A$$

$$200\% \text{ de } A \rightarrow \text{es el doble de } A \rightarrow 2A$$

$$500\% \text{ de } A \rightarrow 5 \text{ veces } A \rightarrow 5A$$

$$1800\% \text{ de } A \rightarrow 18 \text{ veces } A \rightarrow 18A$$

PROBLEMAS DE PLANTEO

CONDUCTAS

- Comprensión del problema.
- Preparación de un plan: organizar los datos, diagramas, buscar un patrón, plantear una ecuación.
- Resolución del plan.
- Verificación de la respuesta.
- Un método alternativo (trabajar hacia atrás).

CONTENIDOS

- Traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático.
- Plantear una ecuación.

ENUNCIADOS MÁS FRECUENTES

El duplo (doble) : $2x$

El triple : $3x$

El cuádruplo : $4x$

El cuadrado : x^2

El consecutivo : $x + 1$ ($x \in \mathbb{Z}$)

El anterior : $x - 1$ ($x \in \mathbb{Z}$)

Tres números consecutivos:
 $(n - 1)$; n ; $(n + 1)$

Tres pares consecutivos:
 $(2n - 2)$; $2n$; $(2n + 2)$

Tres impares consecutivos:
 $(2n - 1)$; $(2n + 1)$; $(2n + 3)$